

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра «Информационные системы и технологии»**

СОГЛАСОВАНО

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель образовательной программы

Декан физико-математического
факультета

_____/ М.Х. Мальсагов
от «27» апреля 2026г

_____/ М.Х. Мальсагов
от «28» апреля 2026г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.О.19 МАТЕМАТИКА

Направление подготовки

09.03.02 Информационные системы и технологии

Направленность (профиль подготовки)

Технологии искусственного интеллекта и анализа данных

Квалификация выпускника

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Магас, 2026г

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Математика» является одной из основных фундаментальных учебных дисциплин; она обеспечивает подготовку специалистов к успешному освоению дисциплин экономического, естественнонаучного и профессионального циклов.

Цель дисциплины:

- формирование у студентов базовых математических знаний, способствующих успешному решению практических задач;
- подготовка студентов к освоению ряда смежных и специальных дисциплин;
- приобретение студентами навыков построения математических моделей при решении прикладных задач в профессиональной деятельности.

Основные задачи дисциплины:

- получение общих представлений о содержании и методах математики, ее месте в современной системе естествознания и практической значимости для современного общества, о практической значимости теоретических разработок в области математики, их необходимости для развития современного общества и обеспечения научного и технического прогресса, о ведущей роли математики как языка науки при изучении вопросов и проблем, возникающих в различных областях науки и техники;
- формирование твердых навыков решения математических задач с доведением до практически приемлемого результата и развития на этой базе логического и алгоритмического мышления;
- овладение первичными навыками математического исследования и умениями выбирать необходимые вычислительные методы и средства при решении прикладных задач, связанных с профессиональной деятельностью;
- формирование мотивации к самостоятельному приобретению и использованию в практической деятельности новых естественнонаучных знаний.

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Математика» относится к дисциплинам обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии (профиль)

Технологии искусственного интеллекта и анализа данных и изучается в 1 и 2 семестрах.

Дисциплина «Математика» является основополагающей для изучения дисциплин «Физика», «Теоретическая механика», «Компьютерная графика», «Информатика», «Экономическая теория» и используется в специальных дисциплинах направления подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии (профиль) «Технологии искусственного интеллекта и анализа данных»

2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫЕ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Процесс изучения дисциплины «Математика» направлен на формирование следующих компетенций:

Формируемые компетенции		Код и наименование индикатора достижения компетенции
Содержание компетенции	Код компетенции	
Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного	УК-1	УК-1.1 Знать: методы системного и критического анализа; методики разработки стратегии действий для выявления и решения проблемной ситуации
Формируемые компетенции		Код и наименование индикатора достижения компетенции
Содержание компетенции	Код компетенции	
подхода, вырабатывать стратегию действий		УК-1.2 Уметь: применять методы системного подхода и критического анализа проблемных ситуаций; разрабатывать стратегию действий, принимать конкретные решения для ее реализации УК-1.3 Владеть: методологией системного и критического анализа проблемных ситуаций; методиками постановки цели, определения способов ее достижения, разработки стратегий действий

Категория (группа) общепрофессиональных компетенций	Код и наименование общепрофессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции
ОПК-1	ОПК-1. Способен применять естественно научные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1. Знать: основы математики, физики, вычислительной техники и программирования. ОПК-1.2. Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением естественно научных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования. ОПК-1.3. Иметь навыки: теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.

3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины «Высшая математика» составляет 12 зачетных единиц, 432 академических часов.

Вид учебной работы	Всего час.	1 Семестры 2	
Аудиторные занятия, в том числе:	124	68	52
Лекции	64	36	26
Практические занятия (ПЗ)	60	32	26
Самостоятельная работа студентов(СРС), в том числе	74	49	29
Выполнение расчетно-графической работы (РГР)			
Подготовка к практическим занятиям			
Вид промежуточной аттестации – экзамен(Э)	54	Э (27)	Э (27)
Общая трудоемкость дисциплины	-		
ак. час.	252	144	108
зач. ед.	7	4	3

3.2. Содержание дисциплины

Учебным планом предусмотрены: лекции, практические занятия и самостоятельная работа.

3.2.1. Разделы дисциплины и виды занятий

№	Раздел дисциплины	Всего	Виды занятий		
			Лекц.	ПЗ	СРС
1.	Раздел 1. Элементы линейной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии.	18	6	6	6
2.	Раздел 2. Введение в математический анализ.	16	6	4	6
3.	Раздел 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	20	6	6	8
4.	Раздел 4. Приложения дифференциального исчисления функций одной переменной.	18	6	6	6
5.	Раздел 5. Элементы высшей алгебры	12	6	4	2
6.	Раздел 6. Интегральное исчисление функций одной переменной.	20	6	6	8
7.	Раздел 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения.	16	4	4	8
8.	Раздел 8. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.	20	6	6	8
9.	Раздел 9. Интегральное исчисление функций нескольких переменных.	20	6	6	8
10.	Раздел 10. Ряды.	20	6	6	8
11.	Раздел 11. Операционное исчисление.	18	6	6	6
	Всего	198	64	60	74
	Подготовка к экзамену	54			

		Итого	252			
--	--	--------------	------------	--	--	--

3.2.2. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание лекционных занятий	Трудоемкость в ак. часах
Первый семестр			
1.	Элементы линейной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии.	1.1. Определители и матрицы, системы линейных алгебраических уравнений. Определители и их свойства. Метод Крамера. Матрицы и действия над ними. Обратная матрица. Матричный метод. Метод Гаусса. Ранг матрицы. Теорема Кронекера – Капелли. 1.2. Векторы и метод координат. Векторы, линейные операции над ними. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Коллинеарность, компланарность векторов. Базис. Декартов базис. Радиус-вектор. Деление отрезка в заданном отношении. Скалярное произведение двух векторов и его свойства. Признак перпендикулярности векторов. Векторное произведение двух векторов и его свойства. Смешанное произведение трех векторов и его свойства. Признак компланарности векторов. 1.3. Элементы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве. Прямые на плоскости. Кривые 2-го порядка, на плоскости. Полярные координаты на плоскости. Кривые в полярных координатах. Плоскость в пространстве и ее уравнения. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. Прямая в пространстве и ее уравнения. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Угол между прямой и плоскостью.. Нахождение точки пересечения прямой и плоскости.	6
		Поверхности 2-го порядка.	

2.	Введение в математический анализ.	2.1. Основные понятия. Множество вещественных чисел. Абсолютная величина. Функция, область её определения и способы задания. Основные элементарные функции. 2.2. Теория пределов. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и переменной. Бесконечно большие и бесконечно малые. Основные теоремы о пределах. Предел функции и непрерывность функции. Неопределенности. Первый и второй классические пределы и их следствия. Эквивалентности. 2.3. Непрерывность функций. Непрерывность функции в точке. Свойства непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций. Классификация точек разрыва. Свойства функций, непрерывных на отрезке (теоремы Больцано - Коши и Вейерштрасса).	6
3.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	3.1. Производные и дифференциалы. Производная функции, ее геометрический и физический смысл. Дифференциал функции. Правила нахождения производной и дифференциала. Производная сложной и обратной функции. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически. Производные и дифференциалы высшего порядка. Формула Тейлора.	6
4.	Приложения дифференциального исчисления функций одной переменной.	4.1. Основные теоремы дифференциального исчисления. Экстремумы функции. Теорема Ферма и необходимые условия экстремума. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталя. Решение задач оптимизации. 4.2. Исследование функций с помощью производных. Условия монотонности функции. Необходимое и достаточное условие экстремума. Выпуклость и вогнутость кривой. Асимптоты. Общая схема исследования функции и построения ее графика.	6
5.	Элементы высшей алгебры.	5.1. Комплексные числа. Основные понятия. Различные формы комплексного числа. Степени и формула Муавра. Извлечение корня. Формула Эйлера и показательная форма. 5.2. Алгебраические многочлены и	6
		рациональные дроби. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на линейные и квадратичные множители. Разложение рациональных дробей на простейшие.	

6.	Интегральное исчисление функций одной переменной (неопределенный и определенный интеграл).	6.1. Первообразная. Простейшие способы интегрирования. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица неопределенных интегралов. Простейшие способы интегрирования. Подведение функции под знак дифференциала. Методы замены переменной и интегрирования по частям в неопределенном интеграле. 6.2. Интегрирование рациональных функций. 6.3. Интегрирование иррациональных и тригонометрических функций 6.4. Определенные интегралы и их приложения. Определенный интеграл и его свойства. Теорема о среднем. Теорема Барроу. Формула Ньютона-Лейбница. Метод интегрирования по частям в определенном интеграле. Метод замены переменной в определенном интеграле. Геометрические и механические приложения определенного интеграла. 6.5. Несобственные интегралы. Несобственные интегралы первого и второго рода и их вычисление	6
		<i>Итого за первый семестр:</i>	36
		Второй семестр	

7.	Обыкновенные дифференциальные уравнения.	7.1. Основные понятия. Дифференциальные уравнения 1 порядка. Физические задачи, приводящие к понятию дифференциального уравнения (ДУ). Основные понятия: порядок уравнения, частное и общее решения, задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Геометрический смысл уравнения первого порядка и его решения. Понятие об особых решениях ДУ. ДУ с разделяющимися переменными. Однородные ДУ. Линейные ДУ первого порядка и уравнения Бернулли. 7.2. Дифференциальные уравнения высших порядков. ДУ высших порядков. Основные понятия. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения, однородные и неоднородные. Понятие общего решения. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнения с	4
		правой частью специального вида. Метод Лагранжа. Краевые задачи для ДУ.	
8.	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.	8.1. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных. Функции нескольких переменных. Область определения. Геометрическое изображение функции двух переменных. Линии и поверхности уровня. Предел функции и непрерывность. Частные производные. Сложная функция нескольких переменных и ее дифференцирование. Дифференцируемость функции и полный дифференциал. Производные неявных функций. Градиент, производная по направлению. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Частные производные и полные дифференциалы высших порядков. 8.2. Экстремумы функций нескольких переменных. Экстремумы функций двух переменных. Необходимое и достаточное условия существования экстремума. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции, непрерывной в замкнутой области. Метод наименьших квадратов.	6

9.	Интегральное исчисление функций нескольких переменных.	9.1. Кратные интегралы. Двойной и тройной интегралы, их свойства, вычисление в декартовых координатах. Замена переменных в кратных интегралах. Цилиндрические и сферические координаты в пространстве. Приложения кратных интегралов. 9.2. Криволинейные интегралы. Понятие о криволинейных интегралах второго рода и их физическом смысле.	6
10.	Ряды.	10.1. Числовые ряды. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Методы исследования сходимости знакопостоянных, знакопеременных и знакочередующихся рядов. 10.2. Функциональные ряды. Функциональные ряды. Область сходимости. Степенные ряды. Разложение функций в степенные ряды. Применение рядов в приближенных вычислениях. 10.3. Ряды Фурье. Тригонометрические ряды Фурье. Теорема Дирихле. Представление функций	6
		тригонометрическими рядами Фурье.	
11.	Операционное исчисление.	Понятие оригинала. Интеграл Лапласа. Преобразование Лапласа и его свойства. Основные теоремы операционного исчисления. Изображения основных элементарных функций. Операторный метод решения линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и систем линейных дифференциальных уравнений. Интеграл Дюамеля.	4
		Итого за второй семестр	26
		Итого:	64

3.2.3. Практические (семинарские) занятия

№ п/п	Раздел	Тематика практических занятий	Трудоемкость в ак. часах
		Первый семестр	
1.	Раздел 1	Элементы линейной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии.	6
2.	Раздел 2	Введение в математический анализ.	4
3.	Раздел 3.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	6
4.	Раздел 4	Приложения дифференциального исчисления функций одной переменной.	6
5.	Раздел 5	Элементы высшей алгебры.	4
6.	Раздел 6	Интегральное исчисление функций одной переменной.	6
		Итого за второй семестр:	32

7.	Раздел 7	Обыкновенные дифференциальные уравнения.	4
8.	Раздел 8	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	6
9.	Раздел 9	Интегральное исчисление функций нескольких переменных.	6
10.	Раздел 10	Ряды	6
11.	Раздел 11	Операционное исчисление	4
		<i>Итого за второй семестр</i>	26
		<i>Итого:</i>	60

3.2.4. Лабораторные работы

Лабораторные работы не предусмотрены.

3.2.5. Курсовые работы (проекты)

Курсовые работы (проекты) не предусмотрены.

4. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В ходе обучения применяются:

Лекции, которые являются одним из важнейших видов учебных занятий и составляют основу теоретической подготовки обучающихся.

Цели лекционных занятий:

- дать систематизированные научные знания по дисциплине, акцентировать внимание на наиболее сложных вопросах дисциплины;
- стимулировать активную познавательную деятельность обучающихся, способствовать формированию их творческого мышления.

Практические занятия. Цели практических занятий:

- совершенствовать умения и навыки решения практических задач.

Главным содержанием этого вида учебных занятий является работа каждого обучающегося по овладению практическими умениями и навыками профессиональной деятельности.

Консультации (текущая консультация, накануне экзамена) является одной из форм руководства учебной работой обучающихся и оказания им помощи в самостоятельном изучении материала дисциплины, в ликвидации имеющихся пробелов в знаниях, задолженностей по текущим занятиям, в подготовке письменных работ (проектов).

Текущие консультации проводятся преподавателем, ведущим занятия в учебной группе, научным руководителем и носят как индивидуальный, так и групповой характер.

Самостоятельная работа обучающихся направлена на углубление и закрепление знаний, полученных на лекциях и других занятиях, выработку навыков самостоятельного активного приобретения новых, дополнительных знаний, подготовку к предстоящим учебным занятиям и промежуточному контролю.

5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Тематика для самостоятельной подготовки

Раздел 1. Элементы линейной алгебры, векторной алгебры, и геометрии.

аналитической

1. Метод Крамера.
2. Матрицы и определители.
3. Обратная матрица и матричный метод.
4. Метод Гаусса.
5. Ранг и теорема Кронекера – Капелли.
6. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.
7. Кривые второго порядка.
8. Прямые и плоскости в пространстве.

Раздел 2. Введение в математический анализ.

1. Элементарные функции и их графики.
2. Бесконечно малые и бесконечно большие переменные.
3. Предел переменной.
4. Непрерывность функций и разрывы.
5. Теоремы о непрерывных функциях.

Раздел 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

1. Производная и дифференциал.
2. Правила дифференцирования.
3. Производные элементарных функций.

4. Производные параметрически и неявно заданных функций.
5. Производные и дифференциалы высшего порядка.

Раздел 4. Приложения дифференциального исчисления функций одной переменной.

1. Теоремы дифференциального исчисления.
2. Правило Лопиталя.
3. Необходимые и достаточные условия экстремума.
4. Задачи оптимизации.
5. Исследование функций.

Раздел 5. Элементы высшей алгебры.

1. Комплексные числа и формы их записи.
2. Действия над комплексными числами.
3. Формула Муавра.
4. Формула Эйлера.
5. Разложение рациональных дробей на простейшие.

Раздел 6. Интегральное исчисление функций одной переменной.

1. Первообразная и неопределенный интеграл.
2. Методы интегрирования.
3. Определенный интеграл и его вычисление.
4. Применения определенного интеграла.
5. Несобственные интегралы.

Раздел 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

1. Дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения.
2. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.
3. Однородные дифференциальные уравнения второго порядка и свойства их решений.
4. Однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
5. Неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.
6. Метод вариации произвольных постоянных.

Раздел 8. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

1. Частные производные и дифференциал.
2. Градиент и производная по направлению.
3. Экстремумы функции двух переменных.
4. Задачи оптимизации.
5. Метод наименьших квадратов.

Раздел 9. Интегральное исчисление функций нескольких переменных.

1. Двойной интеграл и его вычисление.
2. Замена переменных в двойном интеграле.
3. Тройной интеграл и его вычисление.
4. Замена переменных в тройном интеграле.
5. Приложения кратных интегралов.

Раздел 10. Ряды.

1. Признаки сходимости и расходимости числовых рядов.
2. Степенные ряды и их сходимость.
3. Разложение функций в степенные ряды.
4. Ряды Фурье и разложение функций в тригонометрические ряды.

Раздел 11. Операционное исчисление.

1. Оригиналы и изображения.
2. Теоремы об оригиналах и изображениях.
3. Изображения основных элементарных функций.
4. Решение линейных дифференциальных уравнений второго порядка операционным методом.

5. Приложения операционного исчисления.
6. Криволинейный интеграл второго рода.

5.1.1. Примерные расчетно-графические задания

Первый семестр

Тема: «Линейная алгебра»

Задание. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса и проверить решение. Провести проверку теоремы Кронекера – Капелли и найти размерность решения.

$$\begin{cases} 6x + 5y + 2z + t = 5, \\ 3x - 2y + 5z + 3t = 1, \\ 4x - 3y + 7z + 5t = 2. \end{cases}$$

Второй семестр.

Тема: «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

Задание 1. Провести полное исследование функции $y = \frac{(x^3 + 4)}{x^2}$ и построить ее график.

Задание 2. Провести полное исследование функции $y = \frac{e^{2-x}}{2-x}$ и построить её график.

Задание 3. Электрическая лампа на блоке висит над центром круглого стола, радиус которого равен R . На какой высоте над столом должна находиться лампа для того, чтобы книга на краю стола была лучше всего освещена? Известно, что освещенность обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника света и для небольшой площадки, достаточно удаленной от источника света, прямо пропорциональна косинусу угла падения. ($R=1,5$ м.)

.

5.1.2. Примерные задания для коллоквиума

Первый семестр

Тема: «Линейная алгебра»

Теоретический вопрос: определители и правило разложения.

Задача: решить методом Гаусса

$$\begin{cases} 6x + 5y + 2z + t = 5, \\ 3x - 2y + 5z + 3t = 1, \\ 4x - 3y + 7z + 5t = 2. \end{cases}$$

Второй семестр

Тема: «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

Теоретический вопрос: выпуклые и вогнутые функции, перегибы.

Задача: найти экстремумы для функции $y = \frac{(x^3 + 4)}{x^2}$.

5.2. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации (экзамена)

5.2.1. Примерный перечень вопросов к экзамену.

1. Определители и их свойства.
2. Правило Крамера.
3. Матрицы и действия над ними.
4. Обратная матрица и матричный метод.
5. Плоскости в пространстве.
6. Прямые в пространстве.
7. Линии второго порядка на плоскости.
8. Непрерывные функции и их свойства.
9. Разрывы функций.
10. Теоремы Вейерштрасса и Больцано-Коши.
11. Производная функции и методы ее нахождения.
12. Экстремумы функции и теорема Ферма.
13. Теоремы Ролля, Коши и Лагранжа. Правило Лопиталя.
14. Применение производной к исследованию функций.
15. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов.
16. Простейшие методы интегрирования.
17. Интегрирование рациональных, иррациональных и тригонометрических функций.
18. Определенный интеграл и его свойства. Теоремы Барроу и Ньютона-Лейбница.
19. Применение определенного интеграла.
20. Вычисление несобственных интегралов.
21. Дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения.
22. Дифференциальные уравнения второго порядка и понижение порядка.
23. Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка.
24. Частные производные, дифференциал и градиент функций нескольких переменных.
25. Экстремумы функций нескольких переменных.
26. Двойные и тройные интегралы, их свойства и вычисление.
27. Применение двойных и тройных интегралов.
28. Криволинейные интегралы и их свойства.
29. Основные теоремы операционного исчисления.
30. Применение операционного исчисления к решению дифференциальных уравнений.

5.2.2. Примерные тестовые задания к экзамену

Вариант 1.

№ п/п	Вопрос	Варианты ответа
1	2	3
1.	Если обратная матрица системы $A^{-1} = \begin{pmatrix} & \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$ и столбец свободных	1. $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

№ п/п	Вопрос	Варианты ответа
1	2	3
	членов $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, то столбец решений X равен Если вектор $a = \{2; 1; 1\}$ и вектор	2. $\begin{pmatrix} 4 \\ -9 \\ 5 \end{pmatrix}$ 3. $\begin{pmatrix} -7 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$ 4. $\begin{pmatrix} 4 \\ -9 \\ 5 \end{pmatrix}$
2.	$b = \{3; -1; -1\}$, то скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$ равно	2. 6 3. 4 4. 8
3.	Если для плоскости нормаль $N = \{2; -1; 3\}$ и точка привязки $M_0(-1; 1; -2)$, то ее общее уравнение имеет вид	1. $2x - y + 3z + 9 = 0$ 2. $-x + y - 2z + 9 = 0$ 3. $2x - y + 3z - 9 = 0$ 4. $-x + y - 2z - 9 = 0$
4.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(2-x)}{x^2-1}$ равен	1. $\frac{1}{2}$ 2. $-\frac{1}{2}$ 3. 2 4. 1
5.	Указать пару эквивалентных функций при $x \rightarrow 0$	1. x^2 и $x \cdot \sin x$ 2. x^2 и $x \cdot \cos x$ 3. x^2 и $2x^2$ 4. x^2 и $x \cdot \ln x$
6.	Для функции $y = \cos^3 2x$ производная равна	1. $3\sin^2 2x$ 2. $-3\sin^2 2x$ 3. $6\sin 2x \cos^2 2x$ 4. $-6\sin 2x \cos^2 2x$
7.	Производная везде определенной функции $y' = \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}}$. Сколько всего есть точек, подозрительных на экстремум?	1. 0 2. 1 3. 2 4. 3
8.	$\int \frac{dx}{x \ln x} =$	1. $\ln x + C$ 2. $\ln x + C$ 3. $\ln \ln x + C$ 4. $\ln \ln x + C$
9.	Для вычисления интеграла	1. $t = \operatorname{tg} x$

№ п/п	Вопрос	Варианты ответа
1	2	3
	$\int \frac{1}{1 + \sin x + \cos x} dx$ надо использовать замену	2. $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ 3. $t = \cos x$ 4. $t = \sin x$
10.	$\int_1^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{x}} =$	1. $\int_1^4 \frac{2tdt}{1+t}$ 2. $\int_1^4 \frac{dt}{1+t}$ 3. $\int_1^2 \frac{2tdt}{1+t}$ 4. $\int_1^2 \frac{dt}{1+t}$
11.	Общим решением для уравнения $y' = x^2 - 1$ будет функция	1. $x^3 - x$ 2. $\frac{x^3}{3} - x$ 3. $x^3 - x + C$ 4. $\frac{x^3}{3} - x + C$
12.	Для уравнения $y' + 2y' + y = 0$ общее решение $y =$	1. $C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x}$ 2. $C_1 e^{-x} + C_2 e^{-x}$ 3. $C_1 e^x + C_2 x e^x$ 4. $C_1 e^x + C_2 e^x$
13.	Для функции $z = 2x^2 y - y e^y$ частная производная $\frac{\partial z}{\partial x} =$	1. $4x$ 2. $4xy$ 3. $4xy - e^y$ 4. 0
14.	$\int_0^1 dx \int_0^x x dy =$	1. 1 2. $\frac{1}{2}$ 3. $\frac{1}{3}$

№ п/п	Вопрос	Варианты ответа
1	2	3
		4. $\frac{1}{4}$
15.	Двойной интеграл от функции $z = x + y$ по области, ограниченной линиями $y = 0$, $y = x$ и $x = 1$, равен двукратному	$1. \int_0^1 dx \int_0^x (x + y) dy$ $2. \int_0^x dx \int_0^1 (x + y) dy$ $3. \int_0^1 dy \int_0^x (x + y) dx$ $4. \int_0^x dx \int_0^1 (x + y) dy$
16.	Указать сходящийся ряд	$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ $2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\frac{3}{2}}}$ $3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1}$ $4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$
17.	Начало разложения функции e^x в степенной ряд имеет вид	$1. 1 - \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \dots$ $2. 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots$ $3. 1 - \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + \dots$ $4. 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$
18.	Для функции $z = 2x^2y - ye^y$ частная производная $\frac{\partial z}{\partial y} =$	$1. 2x^2 - e^y$ $2. 2x^2 - (1 + y)e^y$ $3. x^2 - ye^y$ $4. -(1 + y)e^y$
19.	Каков первый член разложения функции $\ln(1 + x)$ в ряд Маклорена?	$1. x^2$ $2. 1$

№ п/п	Вопрос	Варианты ответа
1	2	3
		3. x 4. -1
20.	Указать изображение функции Хевисайда.	1. 1 2. $\frac{1}{p}$ 3. 0 4. p

Вариант 2.

№ п/п	Вопрос	Варианты ответа
1	2	3
1.	Если главный определитель $\Delta = -3$ и вспомогательные определители $\Delta_1 = 1$, $\Delta_2 = -2$, $\Delta_3 = 3$, то по формулам Крамера решение $(x_1; x_2; x_3) =$	1. $\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1 \right)$ 2. $(1; -2; 3)$ 3. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; -1 \right)$ 4. $\left(-3; \frac{3}{2}; -1 \right)$
2.	Векторное произведение $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} =$	1. $(-5; 1; -1)$ 2. $(-5; -1; -1)$ 3. $(5; -1; 1)$ 4. $(-5; -1; 1)$
3.	Если направляющий вектор прямой $s = \{3; -2; 2\}$ и точка привязки $M_0(1; -1; 3)$, то каноническое уравнение этой прямой имеет вид	1. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-2}{3}$ 2. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{2}$ 3. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{2}$ 4. $\frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{2}$
4.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-1}{3x+5} =$ равен	1. 2 2. 3 3. $\frac{3}{2}$ 4. $\frac{2}{3}$

№ п/п	Вопрос	Варианты ответа
1	2	3
5.	Указать пару эквивалентных функций при $x \rightarrow 0$	1. x и $3x$ 2. x и $\operatorname{tg} 2x$ 3. x и $\cos 2x$ 4. x и $\sin x$
6.	Для функции $y = \sin^2 3x$ производная $y' =$	1. $2\sin 3x \cdot \cos 3x$ 2. $6\sin 3x \cdot \cos 3x$ 3. $2\cos 3x$ 4. $-2\cos 3x$
7.	Производная везде определенной функции $y' = \frac{2x-1}{\sqrt[5]{x^3}}$. Укажите все точки, подозрительные на экстремум.	1. $x_1 = 0$ и $x_2 = \frac{1}{2}$ 2. $x_1 = \frac{1}{2}$ 3. $x_1 = 0$ 4. $x_1 = \frac{1}{2}$ и $x_2 = \infty$
8.	$\int \sin x \cdot \cos x dx =$	1. $\frac{\cos 2x}{2} + C$ 2. $\cos 2x + C$ 3. $\frac{\cos 2x}{4} + C$ 4. $\frac{\sin^2 x}{2} + C$
9.	Для интеграла $\int \frac{x}{1+\sqrt{x+1}}$ надо использовать замену	1. $t = \sqrt{x}$ 2. $t = \sqrt{x+1}$ 3. $t = \frac{1}{x}$ 4. $t = x^2$
10.	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx =$	1. 0 2. $\frac{1}{2}$ 3. -1 4. 1
11.	Для уравнения $x \cdot y' = 1$ указать общее решение $y =$	1. $x + C$ 2. $\frac{1}{x} + C$

№ п/п	Вопрос	Варианты ответа
1	2	3
		3. $\ln x + C$ 4. $\ln x + C$
12.	Для уравнения $y' + 2y' = 0$ общее решение $y =$	1. $C_1 e^{-2x} + C_2 x e^{-2x}$ 2. $C_1 + C_2 e^{-2x}$ 3. $C_1 + C_2 e^{2x}$ 4. $C_1 x + C_2 e^{2x}$
13.	Для функции $z = \frac{1}{2}(x^2 y + y^2)$ указать стационарную точку	1. (1; -1) 2. (1;1) 3. (0; 0) 4. (-1;1)
14.	$\int_0^1 dy \int_0^y x dx =$	1. 1 2. $\frac{1}{2}$ 3. $\frac{1}{3}$ 4. $\frac{1}{4}$
15.	Двойной интеграл от функции $z = x + y$ по области, ограниченной линиями $y = 0$, $y = x$ и $x = 1$, равен двукратному	1. $\int_0^1 dy \int_x^1 (x + y) dx$ 2. $\int_0^1 dx \int_x^1 (x + y) dy$ 3. $\int_0^1 dy \int_0^x (x + y) dx$ 4. $\int_0^1 dy \int_0^1 (x + y) dx$
16.	Указать расходящийся ряд	1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ 2. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$ 3. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$

№ п/п	Вопрос	Варианты ответа
1	2	3
		4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$
17.	Начало разложения функции $\sin x$ в степенной ряд имеет вид	1. $x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots$ 2. $x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$ 3. $x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \dots$ 4. $x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \dots$
18.	Каково изображение оригинала t ?	1. $\frac{1}{p^2}$ 2. p 3. p^{-1} 4. 1
19.	Указать гармонический ряд.	1. $\sum_{n=1}^{\infty} n$ 2. $\sum_{n=1}^{\infty} 1$ 3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ 4. $\sum_{n=1}^{\infty} 0$
20.	Для функции $z = xy + y^2$ частная производная $\frac{\partial z}{\partial y} =$	1. x 2. $x + 2y$ 3. $1 + 2y$ 4. $2y$

Вариант 3.

№ п/п	Вопрос	Варианты ответа
1	2	3
1.	$\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} =$	1. -2 2. 6 3. -10 4. 10
2.	Если $a = \{1; 2; -3\}$ и $b = \{-3; 1; -1\}$, то $2 \cdot \vec{a} - \vec{b} =$	1. $(-1; 5; -7)$ 2. $(-2; 3; -4)$ 3. $(5; 3; -5)$

№ п/п	Вопрос	Варианты ответа
1	2	3
		4. (5; -3; -5)
3.	Две прямые в пространстве $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ и $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}$ будут	1. параллельны 2. перпендикулярны 3. скрещиваться 4. пересекаться
4.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{x \operatorname{tg} 5x}$ = равен	1. 0 2. 1 3. $\frac{1}{5}$ 4. ∞
5.	Указать пару эквивалентных функций при $x \rightarrow 0$	1. $\operatorname{tg} x$ и $\sin x$ 2. $\operatorname{tg} x$ и $\arccos 2x$ 3. $\sqrt{x}$ и $\cos 2x$ 4. x и $\sin x$
6.	Для функции $y = (2x - 1)^3$ производная $y' =$	1. $3(2x - 1)^2$ 2. $6(2x - 1)^2$ 3. $3x^2$ 4. $2(2x - 1)^3$
7.	Вторая производная везде определенной функции $y' = \frac{x+1}{\sqrt[3]{x^5}}$. Сколько точек, подозрительных на перегиб?	1. 0 2. 1 3. 2 4. 3
8.	$\int \frac{x dx}{x^2 + 1} =$	1. $\operatorname{arctg} x + C$ 2. $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} x + C$ 3. $\frac{1}{2} \ln x^2 + C$ 4. $\frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + C$
9.	Для интеграла $\int \sin^4 x dx$ надо использовать формулу	1. $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$ 2. $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$ 3. $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$

№ п/п	Вопрос	Варианты ответа
1	2	3
		4. $\sin^2 x = \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 x}$
10.	$\int_1^2 (x-1)dx =$	1. 0 2. $-\frac{1}{2}$ 3. $\frac{1}{2}$ 4. 1
11.	Функция $y = 2x + \cos x + C$ будет общим решением для уравнения	1. $y' = 2 - \sin x$ 2. $y' = x^2 - \sin x$ 3. $y' = 2 + \sin x$ 4. $y' = x^2 + \sin x$
12.	Для уравнения $y'' = 0$ общее решение $y =$	1. C 2. $C_1 x + C_2$ 3. $C_1 \frac{x}{2} + C_2 x$ 4. $C_1 \frac{x^2}{2} + C_2 x + C_3$
13.	Для функции $z = xy + y^2$ частная производная $\frac{\partial z}{\partial x} =$	1. y 2. $x + 2y$ 3. $1 + 2y$ 4. $2y$
14.	$\int_0^1 dx \int_0^x dy =$	1. 1 2. $\frac{1}{2}$ 3. $\frac{1}{3}$ 4. $\frac{1}{4}$
15.	По расстановке пределов в полярной системе координат $\int_0^{2\pi} \int_0^R (r \cos \varphi + 1) r dr$ определить вид области	1. полукруг 2. круг 3. треугольник 4. прямоугольник
16.	Изображение для оригинала при $p \rightarrow \infty$ стремиться к	1. 2 2. 1

№ п/п	Вопрос	Варианты ответа
1	2	3
		3. 0 4. ∞
17.	Указать сходящийся ряд	$1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$ $2. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$ $3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{3n+1}$ $4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$
18.	Начало разложения функции $\cos x$ в степенной ряд имеет вид	$1. 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$ $2. 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} - \frac{x^6}{6} + \dots$ $3. 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^6}{6} + \dots$ $4. 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \dots$
19.	Изображение для функции e^t равно	1. 1 2. p 3. $\frac{1}{p-1}$ 4. p-1
20.	Если предел, вычисленный по признаку Даламбера, равен 1, то ряд	1. сходится 2. расходится 3. может быть любым 4. в пунктах 1 – 3 нет правильного ответа

5.2.3. Критерии оценок промежуточной аттестации (экзамена)

Примерная шкала оценивания знаний по вопросам/выполнению заданий экзамена:

Оценка			
«2» (неудовлетворительно)	Пороговый уровень освоения	Углубленный уровень освоения	Продвинутый уровень освоения
	«3» (удовлетворительно)	«4» (хорошо)	«5» (отлично)
Посещение менее 50 % лекционных и практических занятий	Посещение не менее 60 % лекционных и практических занятий	Посещение не менее 70 % лекционных и практических занятий	Посещение не менее 85 % лекционных и практических занятий

Оценка			
«2» (неудовлетворительно)	Пороговый уровень освоения	Углубленный уровень освоения	Продвинутый уровень освоения
	«3» (удовлетворительно)	«4» (хорошо)	«5» (отлично)
Посещение менее 50 % лекционных и практических занятий	Посещение не менее 60 % лекционных и практических занятий	Посещение не менее 70 % лекционных и практических занятий	Посещение не менее 85 % лекционных и практических занятий
Студент не знает значительной части материала, допускает существенные ошибки в ответах на вопросы	Студент поверхностно знает материал основных разделов и тем учебной дисциплины, допускает неточности в ответе на вопрос	Студент хорошо знает материал, грамотно и по существу излагает его, допуская некоторые неточности в ответе на вопрос.	Студент в полном объеме знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос
Не умеет находить решения большинства предусмотренных программой обучения заданий	Иногда находит решения предусмотренных программой обучения заданий	Уверенно находит решения предусмотренных программой обучения заданий	Безошибочно находит решения, предусмотренных программой обучения заданий
Большинство предусмотренных программой обучения заданий не выполнено	Предусмотренные программой обучения задания выполнены удовлетворительно	Предусмотренные программой обучения задания успешно выполнены	Предусмотренные программой обучения задания успешно выполнены

Примерная шкала оценивания знаний в тестовой форме:

Количество правильных ответов, %	Оценка
0-49	Неудовлетворительно
50-70	Удовлетворительно
71-85	Хорошо
86-100	Отлично

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Рекомендуемая литература

6.1.1. Основная литература

1. Высшая математика. Том 1. Линейная алгебра. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: Учебник/ А.П. Господариков [и др.]. – Электрон. текстовые данные. – СПб.: Санкт-Петербургский горный университет, 2015. – 105 с.

<http://www.bibliocomplectator.ru/book/?id=71687>

2. Высшая математика. Том 2. Начало математического анализа. Дифференциальное исчисление функций одной переменной и его приложения [Электронный ресурс]: Учебник/ А.П. Господариков [и др.]. – Электрон. текстовые данные. – СПб.: Санкт-Петербургский горный университет, 2015. – 104 с.

<http://www.bibliocomplectator.ru/book/?id=71688>

3. Высшая математика. Том 3. Элементы высшей алгебры. Интегральное исчисление функций одной переменной и его приложения [Электронный ресурс]: Учебник/ А.П. Господариков [и др.]. – Электрон. текстовые данные. – СПб.: Санкт-Петербургский горный университет, 2015. – 102 с.

<http://www.bibliocomplectator.ru/book/?id=71689>

4. Высшая математика. Том 4. Дифференциальные уравнения. Ряды. Ряды Фурье и преобразование Фурье. Дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких

переменных. Теория поля [Электронный ресурс]: Учебник/ А.П. Господариков [и др.]. – Электрон. текстовые данные. – СПб.: Санкт-Петербургский горный университет, 2015. – 213 с.

<http://www.bibliocomplectator.ru/book/?id=71690>

5. Высшая математика: учебник / В.С. Шипачев. – М.: ИНФРА-М, 2018. – 479 с.

<http://znanium.com/catalog/product/851522>

6. Краткий курс аналитической геометрии: Учебник/ Ефимов Н. В., 14-е изд., исправ. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. – 240 с.

<http://znanium.com/catalog/product/537806>

6.1.2. Дополнительная литература

1. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу [Электронный ресурс]: учебное пособие / Б.П. Демидович. – Электрон. дан. – Санкт-Петербург: Лань, 2018. – 624 с.

<https://e.lanbook.com/book/99229>

2. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии [Электронный ресурс]: учебное пособие / Д.В. Клетеник ; Под ред. Н.В. Ефимова. – Электрон. дан. – Санкт-Петербург: Лань, 2018. – 224 с.

<https://e.lanbook.com/book/103191>

3. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа. В 2-х тт. Том 1 [Электронный ресурс]: учебник / Г.М. Фихтенгольц. – Электрон. дан. – Санкт-Петербург: Лань, 2015. – 448 с.

<https://e.lanbook.com/book/65055>

4. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа. В 2-х тт. том 2-й [Электронный ресурс]: учебник / Г.М. Фихтенгольц. – Электрон. дан. – Санкт-Петербург: Лань, 2008. – 464 с.

<https://e.lanbook.com/book/411>

5. Математический практикум. Часть 1. Линейная алгебра. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Учебно-методическое пособие / А.П. Господариков, О.Е. Карпухина, М.А. Керейчук, В.А.Семенов, Т.С. Обручева. Национальный минерально-сырьевой университет «Горный». – СПб, 2013. – 102 с.

http://irbis.spmi.ru/jirbis2/index.php?option=com_irbis&view=irbis&Itemid=374&task=set_static_req&bns_string=NWPIB,ELC,ZAPIS&req_irb=<>I=%D0%90%2088705%2F%D0%9C%2034%2D730897605<>

6. Математический практикум. Часть 2. Начало математического анализа. Дифференциальное исчисление функции одной переменной и его приложения: Учебно-методическое пособие / А.П. Господариков, М.А. Зацепин, В.В. Тарабан, Т.С. Обручева. Национальный минерально-сырьевой университет «Горный». – СПб, 2014. – 114 с.

http://irbis.spmi.ru/jirbis2/index.php?option=com_irbis&view=irbis&Itemid=374&task=set_static_req&bns_string=NWPIB,ELC,ZAPIS&req_irb=<>I=%D0%90%2088717%2F%D0%9C%2034%2D986151<>

7. Математический практикум. Часть 3. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных. Учебно-методическое пособие / А.П. Господариков, М.А. Зацепин, В.А. Семенов, С.Е. Мансурова. Национальный минерально-сырьевой университет «Горный». – СПб, 2014. – 162 с.

http://irbis.spmi.ru/jirbis2/index.php?option=com_irbis&view=irbis&Itemid=374&task=set_static_req&bns_string=NWPIB,ELC,ZAPIS&req_irb=<>I=%D0%90%2088717%2F%D0%9C%2034%2D533720026<>

6.1.3. Учебно-методическое обеспечение.

1. Ивакин В.В., Лебедев И.А. Определенный интеграл. Нестандартные задачи. Методические указания для самостоятельной работы. – Горный университет, 2016.

<https://lk.spmi.ru/~gw3R5>

2. Ивакин В.В., Лебедев И.А. Определенный интеграл и прикладные задачи. Методические указания для самостоятельной работы. – Горный университет, 2016.

<https://lk.spmi.ru/~gw3R5>

3. Бакеева Л.В., Лебедев И.А., Шабаета М.В. Математика. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. - Горный университет, 2019.

4. Ивакин В.В., Лебедев И.А. Математика. Дифференциальное и интегральное исчисление функции нескольких переменных. - Горный университет, 2019.

5. Гончар Л.И., Лебедев И.А., Максименко М.В. Математика. Пределы. Производная. - Горный университет, 2019.

6.2. Базы данных, электронно-библиотечные системы, информационно-справочные и поисковые системы

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	Exponenta.ru	www.exponenta.ru	На сайте размещены электронные учебники, справочники, статьи, примерами применения математических пакетов в образовательном процессе, демо-версии популярных математических пакетов, электронные книги и свободно распространяемые программы.
2.	Math.ru	www.math.ru	Математический сайт для школьников, студентов, учителей и всех, кто интересуется математикой.
3.	Математика	www.mathematics.ru	Учебный материал по различным разделам математики.
4.	Математика для студентов и прочее.	www.xplusy.isnet.ru	Содержит большое количество видеолекций для школьников, абитуриентов и студентов по математике и физике.
5.	Российское образование.	www.edu.ru	Федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ.

7.3. Программное обеспечение дисциплины «Математика»

1. Линейная алгебра. Линейные операторы. Квадратичные формы. Комплексные числа: Учебное пособие / Рубашкина Е.В. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 38 с. (<http://znanium.com/bookread2.php?book=544419>)

2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – СПб.:Лань, М.: Физматкнига, 2007. – 432 с.

3. Кострикин А.И. Введение в алгебру (в 3 томах). – М.: МЦНМО. – 2009. (Электронный ресурс. – «Университетская библиотека онлайн», Режим доступа:

Том 1. Основы алгебры – 273 с: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=63140

том 2. Линейная алгебра – 368 с. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=63144

том 3. Основные структуры алгебры – 272 с.

http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=62951)

4. Дадаян А.А. Математика: Учебник / А.А. Дадаян. - 3-е изд. - М.: Форум: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 544 с. (<http://znanium.com/bookread2.php?book=397662>)

5. Смолин Ю. Н. Алгебра и теория чисел: учеб. пособие / Ю. Н. Смолин. — М. : ФЛИНТА : Наука, 2012. — 464 с. (<http://znanium.com/bookread2.php?book=456995>)

6. Ильин, В. А. Линейная алгебра [Текст] : [Учеб. для физ. спец. и спец. "Прикладная математика"] / В. А. Ильин ; Э.Г. Поздняк. - М. : Физматлит, 2010. - 278 с. (Электронный ресурс «Университетская библиотека

онлайн», режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=68974)

7. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре [Текст] : [Учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов] / И. В. Проскуряков. - 8-е изд. - М. : СПб. : Физматлит : Невский диалект : Лаборатория базовых знаний, 2001. - 382 с.

8. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре [Текст] : [Учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов] / И. В. Проскуряков. - 8-е изд. - М. : СПб. : Физматлит : Невский диалект : Лаборатория базовых знаний, 1966. - 381 с.

(http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=464077).

9. Шнеперман Л.Б. Сборник задач по алгебре и теории чисел. – СПб.: Лань. – 2008. – 222 с.

10. Курош А. Г. Теория групп. М.: Физматлит, 2011 – 805 с. (Электронный ресурс «Университетская библиотека онлайн», режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=457669)

11. Окунев Л.Я. Высшая алгебра. – СПб.:Лань, 2009. – 335 с.

7.4. Материально-техническое обеспечение дисциплины «Математика»

Для освоения данной дисциплины необходимы:

- мультимедийные средства обучения (компьютер и проектор, ресурсы Интернета);
- классическая доска;
- мел.

Рабочая программа дисциплины «Математика» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 09.03.02 «Информационные системы и технологии», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «19» сентября 2017г. № 926 (ред. От 08.02.2021).

Программу составил:
Доцент кафедры «Математический анализ»

Албогачиева Мадина Магометовна_____

Программа одобрена на заседании кафедры «Математический анализ» физико-математического факультета

Протокол № 8 от «27» апреля 2026 года

Программа одобрена Учебно-методической комиссией физико-математического факультета

Протокол № 6 от «28» апреля 2026 года

Сведения о переутверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений

Учебный год	Решение кафедр- ры (№ протокола, дата)	Внесенные изменения	Подпись зав. кафедр- рой

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математика»

Б1.О.19 МАТЕМАТИКА

Направление подготовки

09.03.02 Информационные системы и технологии

Направленность (профиль подготовки)

Технологии искусственного интеллекта и анализа данных

Квалификация выпускника

Бакалавр

Форма обучения

Очная

1. Оценочные материалы для текущего контроля раздела «Аналитическая геометрия»

1.1. Тестовые материалы

Раздел 1. «Векторно-координатный метод»

1. Если единичный вектор $\vec{a}$ образует с базисным ортом $\vec{e}$ угол 150° , а с базисными ортами $\vec{j}$ и $\vec{k}$ – равные острые углы, то сумма координат вектора $\vec{a}$ равна

1. $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$

2. $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$

3. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

2. Даны векторы: $\vec{a} = 3\vec{e} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{b} = 5\vec{e} - \vec{j} + 3\vec{k}$ и $\vec{c} = 2\vec{e} + 5\vec{j} - 8\vec{k}$. Проекция вектора $\vec{b} + \vec{c}$ на ось вектора $\vec{a} - \vec{b}$ равна

1. -4

2. $-\frac{3}{7}$

3. 3

3. Если $|\vec{a}| = \sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 1$, и $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{11}$, то скалярное произведение векторов $(2\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + 3\vec{b})$ равно

1. -3

2. -2

3. 3

4. Если $|\vec{a}| = \sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 1$, а угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 135° , то площадь параллелограмма, построенного на векторах $(\vec{a} - 3\vec{b})$ и $(3\vec{a} - \vec{b})$, равна

1. 6(кв.ед)

2. 8(кв.ед.)

4. 12(кв.ед)

5. Если векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ образуют правую тройку взаимно перпендикулярных векторов и $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 4$, $|\vec{c}| = 4$, то смешанное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c}$ равно

1. 40

2. 60

3. 80

6. Объем тетраэдра с вершинами в точках: $A(-3; -3; -2)$, $B(2; -1; -2)$, $C(-1; 1; -2)$ и $D(-2; 0; 4)$ равен

1. 16
2. 18
3. 20

7. Векторы $\vec{a} = \{1, -3, 3\}$ и $\vec{b} = \{0, \alpha, -5\}$ взаимно перпендикулярны при значении

1. $\alpha = 5$
2. $\alpha = 3$
3. $\alpha = -5$

8. Модуль вектора $\vec{a} = \{2; -3; 6\}$ численно равен

1. 5
2. $\sqrt{31}$
3. 7

9. Если векторы $\vec{a} = \{a_x, a_y, a_z\}$, $\vec{b} = \{b_x, b_y, b_z\}$ и $\vec{c} = \{c_x, c_y, c_z\}$ компланарны, то тогда справедливо, что

1. $a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 0$

2. $\frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z} = \frac{c_x}{c_y}$

3. $\begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} = 0$

4. $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = 0$

10. Указать верные соотношения для единичных векторов $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$

1. $\vec{i} \perp \vec{j} \perp \vec{k}$
2. $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - коллинеарны
3. $|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$

4. $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - компланарны

11. Объем тетраэдра с вершинами: $A(4,3,0)$, $B(-1,2,1)$, $C(3,4,1)$, $D(5,6,2)$ равен

1. $\frac{1}{3}$
2. $\frac{1}{2}$
3. $\frac{2}{3}$

12. Смешанное произведение векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ равно нулю тогда и только тогда, когда

1. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис в пространстве R^3
2. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ компланарны
3. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ не образуют базис в пространстве R^3
4. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ взаимно перпендикулярны

13. Даны векторы $\vec{a} = -4\vec{i} + 5\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 7\vec{i} + 6\vec{j} - 6\vec{k}$ и $\vec{c} = -2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$. Проекция вектора $\vec{a}$ на ось вектора $\vec{b}$ равна

1. -2
2. -1
3. $\frac{3}{11}$

14. Если единичный вектор $\vec{a}$ образует с базисным ортом $\vec{i}$ угол 60° , а с базисными ортами $\vec{j}$ и $\vec{k}$ - равные тупые углы, то сумма координат вектора $\vec{a}$ равна

1. $\frac{1-\sqrt{6}}{2}$

2. $\frac{\sqrt{6}-1}{2}$

3. $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$

15. Если $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 4$, и $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{12}$, то скалярное произведение $(2\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$ равно

1. -40

2. -36

3. -52

16. Если $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2$, а угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 150° , то площадь параллелограмма, построенного на векторах $3\vec{a} - 2\vec{b}$ и $\vec{a} + \vec{b}$, равна

1. 6(кв.ед.)

2. 7(кв.ед.)

4. 10(кв.ед.)

17. Если векторы $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$ образуют правую тройку взаимно перпендикулярных векторов и $|\vec{a}| = 6, |\vec{b}| = 3, |\vec{c}| = 4$, то смешанное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c}$ равно

1. 36

2. 64

3. 72

18. Объем тетраэдра с вершинами в точках: A (4; 2; 2), B (2; 5; 2), C (2; 2; 7) и D (4; 5; 10) равен

1. 9

2. 11

3. 13

19. Если углы, которые единичный вектор составляет с осями координат равны соответственно α, β и γ , то тогда справедливо соотношение

1. $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 0$

2. $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma \neq 1$

3. $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$

4. $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma \geq 1$

20. Скалярным произведением векторов $\{a_x, a_y, a_z\}$ и $\{b_x, b_y, b_z\}$ называется число, обозначаемое $\vec{a} \cdot \vec{b}$ и вычисляемое по формуле

1. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \varphi$

2. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \varphi$

3. $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$

4. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|$

21. Если вектор $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ то тогда удовлетворяет условию

1. $\vec{c} \perp \vec{a}$ и $\vec{c} \perp \vec{b}$

2. $|\vec{c}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \varphi$

3. $|\vec{c}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \varphi$

4. $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$ компланарны

22. Смешанным произведением векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ называется число равное

1. $\vec{a} \times \vec{b} \cdot \vec{c}$

2. $\vec{a} \cdot \vec{b} \times \vec{c}$

3. $|\vec{a} \times \vec{b}| \cdot \vec{c}$

4. $\vec{a} \times \vec{b} \times \vec{c}$

23. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называются равными, если

1. равны их длины: $|\vec{a}| = |\vec{b}|$

2. начала и конец векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ совпадают

3. векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны и их модули равны

4. векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены

24. Модуль вектора векторного произведения двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ численно равен

1. площади треугольника, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$

2. площади параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$

3. объему параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$

4. длине вектора $\vec{a} \rightarrow -\vec{b} \rightarrow$

Раздел 2. «Аналитическая геометрия на плоскости»

1. Прямая задана уравнением $\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n}$. Числа x_0 и y_0 определяют

1. координаты нормального вектора прямой

2. координаты направляющего вектора прямой

3. координаты точки, лежащей на прямой

4. среди предложенных вариантов нет верного

2. Прямая задана уравнением $\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n}$. Числа m и n определяют

1. координаты нормального вектора прямой

2. координаты направляющего вектора прямой

3. координаты точки, лежащей на прямой

4. среди предложенных вариантов нет верного

3. Необходимое и достаточное условие перпендикулярности прямых с угловыми коэффициентами k_1 и k_2 является равенство:

1. $k_1 + k_2 = 0$

2. $k_1 - 2k_2 = 1$

3. $k_1 k_2 = -1$

4. Прямая, проходящая через точку $A(-2,0)$ и параллельная прямой $2x+2y+2=0$ имеет вид

1. $x + 2y + 2 = 0$

2. $-2x + 2y = 0$

3. $2x + 2y + 4 = 0$

5. Уравнением прямой, содержащей точку $A(6,-1)$ и параллельной прямой: $\frac{x}{-5} = \frac{y}{1}$ является прямая

1. $x + 5y = 2$

2. $x + 5y = 1$

3. $5x + y = 1$

6. Кривой второго порядка $8x^2 + 20y^2 - 24x + y = 7$ является

1. эллипс, не вырожденный в окружность

2. гипербола

3. парабола

4. окружность

7. Кривой второго порядка $4x^2 - 11y^2 - 23x + y = 20$ является

1. эллипс, не вырожденный в окружность

- 3. парабола
- 4 окружность

6. Кривой второго порядка $7x^2 - 28x + y = 26$ является

- 1. эллипс, не вырожденный в окружность
- 2. гипербола
- 3. парабола
- 4 окружность

8. Кривой второго порядка $6x^2 + 6y^2 - 22x + y = 7$ является

- 1. эллипс, не вырожденный в окружность
- 2. гипербола
- 3. парабола
- 4 окружность

9. Уравнение $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{5} = 1$ описывает на плоскости

- 1. эллипс
- 2. окружность
- 3. точку O (0;0)
- 4. прямую

10. Уравнение $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ описывает на плоскости

- 1.гиперболу
- 2.эллипс
- 3.точку
- 4.две пересекающиеся прямые

11. Задано уравнение параболы $y^2 = 2x$, для которой

- 1.расстояние между фокусом и директрисой равно 4
- 2. координаты фокуса F(1,0)
- 3.координаты фокуса F(0,-1)
- 4.координаты фокуса F(2,0)
- 5.уравнение директрисы $x=-1$

12. Задано уравнение параболы $x^2 = 6y$, для которой

- 1. ось OY- ось симметрии кривой
- 2.кривая имеет две оси симметрии, которыми являются оси координат
- 3.фокус лежит на оси OX
- 4. уравнение директрисы $y=1,5$

13. Директриса параболы $y^2 = -12x$ имеет уравнение

- 1. $y = -6$
- 2. $x = 3$
- 3. $x = -3$

14. Центр кривой $2x^2 + 16x + y^2 = 0$ находится в точке

- 1. (2;0)
- 2. (-4;0)
- 3. (0;2)

15. Если прямая l параллельна прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{3}$, то тогда координаты ее нормального вектора n

- 1. {1,-3}

2. $\{2,3\}$

3. $\{-3,2\}$

16. Числа x_0 и y_0 в уравнении прямой $\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n}$ определяют

1. координаты произвольной точки прямой

2. координаты нормального вектора точки прямой

3. координаты заданной точки прямой

17. Уравнением прямой, проходящей через точку $A(6,-1)$ параллельно прямой $\frac{x}{-5} = \frac{y}{1}$ является

1. $x + 5y = 2$

2. $x + 5y = 1$

3. $x + 5y + 1 = 0$

18. Общее уравнение прямой, содержащей точки $A(3,1)$ и $B(-2,-2)$ имеет вид

1. $-x - 5y + 8 = 0$

2. $3x - 5y - 4 = 0$

3. $3x - 5y - 1 = 0$

19. Уравнением прямой, содержащей точку $A(6,-1)$ и параллельной прямой $\frac{x}{-5} = \frac{y}{1}$ является

1. $x + 5y = 2$

2. $x + 5y = 1$

3. $5x + y = 1$

20. Общее уравнение прямой, содержащей точки $A(3,1)$ и $B(-2,-2)$ имеет вид

1. $-x - 5y + 8 = 0$

2. $3x - 5y - 4 = 0$

3. $3x + 5y - 4 = 0$

21. Уравнение $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1$ описывает на плоскости

1. гиперболу

2. окружность

3. точку $O(0;0)$

4. прямую

22. Уравнение $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{64} = 1$ описывает на плоскости

1. гиперболу

2. эллипс

3. точку

4. две пересекающиеся прямые

23. Задано уравнение параболы $y^2 = 12x$, для которой

1. расстояние между фокусом и директрисой равно 6

2. координаты фокуса $F(3,0)$

3. координаты фокуса $F(0,-3)$

4. координаты фокуса $F(-3,0)$

5. уравнение директрисы $x = -3$

24. Задано уравнение параболы $x^2 = -6y$, для которой 38

1. ось ОУ- ось симметрии кривой
2. кривая имеет две оси симметрии, которыми являются оси координат
3. фокус лежит на оси ОХ
4. уравнение директрисы $y=1,5$

25. Косинус угла между прямыми равен

1. косинусу угла между их нормальными векторами
2. косинусу угла между их направляющими векторами
3. тангенсу угла между их нормальными векторами

26. Точка М-точка пересечения прямых $x - 3y + 5 = 0$ и $x + y - 5 = 0$ и ее координаты

1. М(1-2)
2. М (0,3)
3. М(2,0)
4. М(2.5,2.5)

27. Прямая $3x + 2y - 6 = 0$ отсекает на осях координат Ох и Оу отрезки а и b соответственно равные .

1. $a = 2, b = 3$
2. $a = 3, b = 2$
3. $a = 0, b = 3$

28. Уравнения $Ax^2 + By^2 + C = 0$ является уравнением окружности, если

1. $A > C$
2. $A=0$, C не равно 0
3. $AC > 0$
4. $A=C$

Раздел 3. «Аналитическая геометрия в пространстве»

1. Уравнением плоскости, проходящей через точку $A(2, -1, -1)$ и перпендикулярной прямой

$$\frac{x+1}{-3} = \frac{y}{3} =$$

z является

1. $3x + 2y + z - 3 = 0$
2. $3x + 2y + z + 3 = 0$
3. $-3x + 3y + z - 55 = 0$

2. Общее уравнение плоскости, содержащей точку $A(1, -5, 2)$ и параллельной плоскости $3x - 10y + z - 2 = 0$, имеет вид

1. $x - 5y + z - 28 = 0$
2. $3x - 10y + z - 55 = 0$
3. $3x - 10y - z - 15 = 0$

3. Плоскость $2x - 4y + 4z + 12 = 0$ перпендикулярна плоскости, определяемой уравнением

1. $2x - 4y + 4z + 1 = 0$
2. $-4y - 4z + 14 = 0$
3. $4y - 2z + 12 = 0$

4. Прямая, проходящая через точку $A(3, 3, -2)$ и перпендикулярная плоскости

$\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ определяется уравнением

1. $3x + 2y + z - 13 = 0$

2. $3x + 2y + z - 1 = 0$

3. $-2x + 2y + 3z + 6 = 0$

5. Нормальным вектором плоскости называется

1.любой вектор, перпендикулярный плоскости

2.любой вектор, параллельный плоскости

3.единичный вектор перпендикулярный плоскости

4. единичный вектор параллельный плоскости

6. Плоскость задана общим уравнением $Ax + By + Cz + D = 0$. Укажите (номер или номера) неверного утверждения

1.нормальный вектор плоскости $n = \{A, B, C\}$

2. если $D = 0$, то плоскость проходит через начало координат

3. если $A = 0$ уравнение описывает плоскость, параллельную плоскости XOY

7. Уравнения $Ax^2 + By^2 + Cz^2 + D = 0$ приводится к каноническому виду при помощи преобразования

1. параллельного переноса осей координат

2. поворота осей координат

3. не существует такого преобразования

8. Уравнения $Ax^2 + Bx + Cz^2 + Dy + F = 0$ приводится к каноническому виду при помощи преобразования

1.поворота осей координат

2.параллельного переноса осей координат

3.не существует такого преобразования

9. Если плоскость $3x + By + Cz + D = 0$ параллельна плоскости $3x - 8y - z + 4 = 0$ и проходит через точку $(-4, 1, 3)$, то сумма коэффициентов $A + C + D$ равна

1. 13

2. 14

3.15

10. Сумма координат всех точек пересечения плоскости $2x + 4y - 3z - 12 = 0$ с осями координат равна

1.1

2. 4

3. 5

11. Поверхность, заданная уравнением $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$ представляет собой

1. эллипсоид

2. параболоид

3. гиперболоид

4. конус

5. цилиндр

12. Поверхность, заданная уравнением $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 0$ представляет собой

1. эллипсоид

2. параболоид

3. гиперболоид
4. конус
5. цилиндр

13. Поверхность, заданная уравнением $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} - \frac{z^2}{16} = -1$ представляет собой

1. эллипсоид
2. параболоид
3. гиперболоид
4. конус
5. цилиндр

14. Прямая, проходящая через точки $A(3, 4, 3)$ и $B(5, 3, 3)$, перпендикулярна плоскости

1. $x - y - 3z + 1 = 0$
2. $2x - y + 5 = 0$
3. $x - y - z + 1 = 0$

15. Укажите какие из трех прямых: $1 - 4y - x = 0$, $6 - y - 4x = 0$ и $-x + 4y - 4 = 0$ на плоскости перпендикулярны

1. первая и вторая прямые перпендикулярны
2. первая и третья прямые перпендикулярны
3. вторая и третья прямые перпендикулярны
4. перпендикулярных прямых нет

16. Уравнением плоскости, проходящей через точку $A(3, 3, -2)$ перпендикулярно прямой $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ является плоскость

1. $3x + 2y + z - 13 = 0$
2. $3x + 2y + z - 1 = 0$
3. $-2x + 2y + 3z + 6 = 0$

17. Общее уравнение плоскости, проходящей точку $A(3, -1, 5)$ параллельно плоскости $9x - 2y + z - 5 = 0$, имеет вид

1. $3x - y + z - 15 = 0$
2. $3x - y + z - 34 = 0$
3. $9x - 2y + z - 34 = 0$

18. Плоскость $3x - y + z - 15 = 0$ перпендикулярна плоскости

1. $9x - 2y + z - 5 = 0$
2. $2y - 7z + 14 = 0$
3. $x - 2y + z - 5 = 0$

19. Уравнением плоскости, проходящей через точку $A(3, 3, -2)$ и перпендикулярной прямой $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ является

1. $3x + 2y + z - 13 = 0$
2. $3x + 2y + z - 1 = 0$
3. $-2x + 2y + 3z + 6 = 0$

20. Общее уравнение плоскости, содержащей точку $A(3, -1, 5)$ и параллельной плоскости $9x - 2y + z - 5 = 0$, имеет вид

$$1. 3x - y + z - 15 = 0$$

$$2. 3x - y + z - 34 = 0$$

$$3. 9x - 2y + z - 34 = 0$$

21. Плоскость $3x - y + z - 15 = 0$ перпендикулярна плоскости

$$1. 9x - 2y + z - 5 = 0$$

$$2. 2y - 7z + 14 = 0$$

$$3. x + 3y + z - 10 = 0$$

22. Уравнения $Ax^2 + By^2 + Cz^2 + D = 0$ приводится к каноническому виду при помощи преобразования

1. параллельного переноса осей координат

2. поворота осей координат

3. не существует такого преобразования

23. Уравнения $Ax^2 + Bx + Cz^2 + Dxy + F = 0$ приводится к каноническому виду при помощи преобразования

1. поворота осей координат

2. параллельного переноса осей координат

3. не существует такого преобразования

24. Плоскость задана общим уравнением: $Ax + By + Cz + D = 0$ Тогда числа A, B, C определяют

1. координаты нормального вектора плоскости

2. отрезки, которые плоскость отсекает на осях координат Ox , Oy , Oz соответственно

3. координаты точки, лежащей в плоскости

4. среди предложенных вариантов нет верного

25. Уравнения $Ax^2 + Bx + Cz^2 + Dy + F = 0$ приводится к каноническому виду при помощи преобразования

1. поворота осей координат

2. параллельного переноса осей координат

3. не существует такого преобразования

26. Поверхность, заданная уравнением $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$ представляет собой

1. эллипсоид

2. параболоид

3. гиперболоид

4. конус

5. цилиндр

27. Поверхность, заданная уравнением $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$ представляет собой

1. эллипсоид

2. параболоид

3. гиперболоид

4. конус

5. цилиндр

Текущая аттестация путем тестирования производится в сроки, установленные вузом по завершению темы учебной дисциплины. Оценка «отлично» выставляется при выполнении 90% тестовых заданий, «хорошо» - при выполнении 80% тестовых заданий и «удовлетворительно» - при выполнении 60% тестовых заданий.

1.2. Вопросы для собеседования

Тема 1. «Векторно-координатный метод»

1. Метод координат на прямой.
2. Основные задачи аналитической геометрии на прямой.
3. Расстояние между двумя точками на прямой.
4. Координаты точки, делящей отрезок прямой в данном отношении.
5. Метод координат на плоскости.
6. Декартова прямоугольная система координат на плоскости.
7. Декартова косоугольная система координат.
8. Основные задачи аналитической геометрии на плоскости.
9. Полярная система координат.
10. Формулы связи между прямоугольными и декартовыми координатами
11. Проекция отрезка. Основные свойства проекций.
12. Декартовы прямоугольные координаты точки на плоскости.
13. Расстояние между двумя точками на плоскости.
14. Метод координат в пространстве.
15. Декартова прямоугольная система координат в пространстве.
16. Цилиндрическая система координат.
17. Сферическая система координат.
18. Формулы связи между прямоугольными декартовыми координатами точки и цилиндрическими координатами точки.
19. Формулы связи между прямоугольными декартовыми координатами точки и сферическими координатами точки.
20. Формулы деления отрезка в данном отношении.
21. Формулы деления отрезка пополам.
22. Вычисление площади треугольника по координатам его вершин.
23. Вычисление координат точки, равноудаленной от трех данных точек.
24. Преобразование системы декартовых координат при параллельном сдвиге осей.
25. Преобразование системы декартовых прямоугольных координат при повороте осей.
26. Преобразование системы декартовых прямоугольных координат при изменении начала и повороте осей

Тема 2. «Элементы векторной алгебры»

1. Понятие свободного вектора.
2. Проекция вектора на ось и его основные свойства.
3. Проекция вектора на оси координат. Координаты вектора.
4. Разложение вектора по ортам координатных осей.
5. Модуль вектора.
6. Направляющие косинусы.
7. Определение линейных операций над векторами.
8. Основные свойства линейных операций над векторами.
9. Линейные операции над векторами, заданных своими координатами.
10. Равенство векторов. Коллинеарность векторов.
11. Определение скалярного произведения векторов.
12. Скалярное произведение и его основные свойства.
13. Выражение скалярного произведения через координаты перемножаемых векторов.
14. Угол между векторами.

15. Проекция вектора на заданное направление.
16. Определение векторного произведения векторов.
17. Основные свойства векторного произведения векторов.
18. Выражение векторного произведения через координаты перемножаемых векторов.
19. Коллинеарность векторов. Установление коллинеарности векторов.
20. Ортогональность векторов. Установление ортогональности векторов.
21. Определение смешанного произведения трех векторов.
22. Основные свойства смешанного произведения векторов.
23. Выражение смешанного произведения через координаты перемножаемых векторов.
24. Компланарность векторов. Установление компланарности векторов.
23. Геометрический смысл векторного произведения векторов.
24. Геометрический смысл смешанного произведения векторов.

Раздел 2. «Аналитическая геометрия на плоскости»

Тема 3. «Линии на плоскости»

1. Понятие уравнения линии на плоскости.
2. Примеры задания уравнений линий на плоскости.
3. Параметрические уравнения линии.
4. Алгебраическое уравнение линии.
5. Угловой коэффициент прямой линии.
6. Уравнение прямой линии с угловым коэффициентом.
7. Вычисление угла между двумя прямыми линиями.
8. Условия перпендикулярности двух прямых линий.
9. Условия параллельности двух прямых линий.
10. Прямая линия, как линия первого порядка.
11. Общее уравнение прямой линии на плоскости.
12. Неполные уравнения прямой.
13. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении.
14. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
15. Уравнение прямой «в отрезках». Исследование взаимного расположения двух прямых на плоскости.
16. Нормальное уравнение прямой.
17. Задача вычисления расстояния от данной точки до прямой.
18. Уравнение пучка прямых.
19. Вычисление координат точек пересечения прямой линии с осями координат.
20. Вычисление координат точек пересечения двух данных прямых.
21. Вычисление расстояния между двумя параллельными прямыми.

Тема 4. «Уравнения линий второго порядка»

1. Окружность. Вывод канонического уравнения окружности.
2. Определение эллипса.
3. Вывод канонического уравнения эллипса.
4. Исследование формы эллипса по его уравнению.
5. Эксцентриситет эллипса.
6. Рациональные выражения фокальных радиусов эллипса.
7. Построение эллипса по точкам.
8. Параметрические уравнения эллипса.
9. Эллипс как проекция окружности на плоскость.
10. Эллипс как сечение круглого цилиндра.
11. Определение гиперболы.
12. Вывод канонического уравнения гиперболы.
13. Исследование формы гиперболы по ее уравнению.
14. Эксцентриситет гиперболы.

15. Рациональные выражения фокальных радиусов гиперболы.
16. Директрисы эллипса и гиперболы.
17. Определение параболы.
18. Вывод канонического уравнения параболы.
19. Исследование формы параболы по ее уравнению.
20. Полярное уравнение эллипса, гиперболы и параболы.
21. Диаметры линий второго порядка.
22. Оптические свойства эллипса, гиперболы и параболы.
23. Эллипс, гипербола и парабола как конические сечения.
24. Общее уравнение линий второго порядка.
25. Приведение общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду.
26. Преобразование общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду путем параллельного переноса осей координат.
27. Преобразование общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду путем поворота осей координат.

Раздел. «Аналитическая геометрия в пространстве»

Тема 5. «Плоскости и уравнения прямой линии в пространстве»

1. Поверхность. Уравнение поверхности.
2. Линия в пространстве. Уравнения линии в пространстве.
3. Алгебраические поверхности.
4. Плоскость как поверхность первого порядка.
5. Полное уравнение плоскости.
6. Неполные уравнения плоскостей.
7. Уравнение плоскости, проходящей через три точки.
8. Уравнение плоскости «в отрезках».
9. Угол между двумя плоскостями.
10. Условие перпендикулярности и параллельности плоскостей.
11. Нормальное уравнение плоскости.
12. Расстояние от точки до плоскости.
13. Уравнения прямой в пространстве.
14. Направляющий вектор прямой.
15. Канонические уравнения прямой.
16. Параметрические уравнения прямой.
17. Уравнения прямой, проходящей через две точки.
18. Общее уравнение прямой.
19. Определение угла между двумя плоскостями.
20. Определение угла между прямой и плоскостью.
21. Условие перпендикулярности двух прямых в пространстве.
22. Условие параллельности двух прямых в пространстве.
23. Условие перпендикулярности прямой и плоскости.
24. Условие параллельности прямой и плоскости.

Тема 6. «Уравнения поверхностей второго порядка»

1. Определение цилиндрической поверхности.
2. Уравнение цилиндрической поверхности с образующими, параллельными одной из координатных осей.
3. Поверхности вращения.
4. Уравнение поверхности вращения, образованной вращением линии вокруг одной из координатных осей.
5. Метод параллельных сечений.
6. Каноническое уравнение эллипсоида.

7. Исследование формы эллипсоида по его уравнению.
8. Каноническое уравнение однополостного гиперболоида.
7. Исследование формы однополостного гиперболоида по его уравнению.
8. Каноническое уравнение двухполостного гиперболоида.
9. Исследование формы двухполостного гиперболоида по его уравнению.
10. Каноническое уравнение эллиптического параболоида.
11. Исследование формы эллиптического параболоида по его уравнению.
12. Каноническое уравнение гиперболического параболоида.
13. Исследование формы гиперболического параболоида по его уравнению.
15. Конус второго порядка.
16. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида.
17. Цилиндры второго порядка.
18. Общее уравнение поверхностей второго порядка.
19. Преобразование общего уравнения поверхностей второго порядка к каноническому виду путем параллельного переноса осей координат.
20. Преобразование общего уравнения поверхностей второго порядка к каноническому виду путем поворота осей координат.
25. Приведение общего уравнения линии поверхностей второго порядка к каноническому виду.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если он проявил всестороннее, систематическое и глубокое знание материалов изученной дисциплины, умение свободно выполнять задания предусмотренной программой, усвоивший основную и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «отлично» выставляется студенту, проявившему творческие способности в понимании, изложении и использовании материалов изученной дисциплины, безупречно ответившему на вопросы;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, показавшему систематический характер знаний, по дисциплине, ответившему на все вопросы билета, но допустившему при этом не принципиальные ошибки;
- оценка «удовлетворительно» заслуживает студент, обнаруживший знание материала изученной дисциплины в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «удовлетворительно» выставляется студентам, допустившим погрешность в ответе на теоретические вопросы и(или) при выполнении практических заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, либо неправильно выполнившему практическое задание, но по указанию преподавателя выполнившим другие задания из того же раздела дисциплины;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, обнаружившему серьезные проблемы в знаниях основного материала изученной дисциплины, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине, не ответившим на вопросы билета и дополнительные вопросы, и неправильно выполнившему практическое задание.
- оценка «неудовлетворительно» выставляется также если студент:
 - после начала собеседования (коллоквиума) отказался его сдавать;
 - нарушил правила сдачи собеседования (коллоквиума): списывал, подсказывал, обманом пытался получить более высокую оценку и т.д.

2. Оценочные материалы для промежуточной аттестации

2.1. Примерный перечень вопросов для зачета

1. Система координат на прямой. Метод координат на прямой.
2. Расстояние между двумя точками на прямой 46
3. Простейшие задачи аналитической геометрии на прямой.

4. Декартова прямоугольная система координат на плоскости
5. Метод координат на плоскости. Расстояние между двумя точками на плоскости
6. Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости.
7. Вычисление координат точки, равноудаленной от трех данных точек.
8. Вычисление координат точки, лежащей на оси абсцисс (ординат), равноудаленной от двух данных точек.
9. Деление отрезка в данном отношении. Деление отрезка пополам.
10. Вычисление координат конца отрезка по координатам его середины и другого конца.
11. Вычисление координат четвертой вершины параллелограмма по координатам трех его данных вершин.
12. Вычисление площади треугольника по координатам трех его данных вершин.
13. Аффинная и прямоугольная декартова системы координат на плоскости. Основные задачи.
14. Полярная система координат.
15. Связь полярных координат с прямоугольными декартовыми координатами.
16. Прямоугольная декартова система координат в пространстве. Координаты точки в пространстве.
17. Цилиндрическая система координат. Цилиндрические координаты и их связь с прямоугольными декартовыми координатами.
18. Сферическая система координат. Сферические координаты и их связь с прямоугольными декартовыми координатами.
19. Понятие вектора. Модуль вектора. Направляющие косинусы вектора.
20. Проекция вектора на ось. Основные свойства проекций.
21. Линейные операции над векторами и их свойства
22. Сложение и вычитание векторов, заданных координатами. Их свойства.
23. Умножение вектора на число. Свойства умножения вектора на число.
24. Коллинеарность векторов. Теорема о коллинеарных векторах.
25. Компланарность векторов. Теоремы о коллинеарных и компланарных векторах.
26. Линейная зависимость векторов. Свойства линейной зависимости векторов.
27. Геометрический смысл линейной зависимости двух и трех векторов.
28. Базис. Координаты вектора в данном базисе. Свойства координат. Ортонормированный базис.
29. Скалярное произведение векторов и его свойства.
30. Вычисление скалярного произведения в координатной форме.
31. Некоторые приложения скалярного произведения к решению задач.
32. Векторное произведение векторов и его свойства. Выражение векторного произведения в координатной форме.
33. Геометрический смысл векторного произведения.
34. Некоторые приложения векторного произведения к решению задач.
35. Смешанное произведение векторов и его свойства.
36. Выражение смешанного произведения в координатной форме.
37. Геометрический смысл смешанного произведения.
38. Некоторые приложения смешанного произведения к решению задач.

2.3. Примерный перечень вопросов для экзамена

Раздел 2. «Аналитическая геометрия на плоскости»

1. Понятие вектора. Линейные операции над векторами и их свойства
2. Скалярное произведение векторов и его свойства.
3. Вычисление скалярного произведения в координатной форме.
4. Некоторые приложения скалярного произведения к решению задач.
5. Векторное произведение векторов и его свойства. Выражение векторного произведения в координатной форме.
6. Геометрический смысл векторного произведения. Некоторые приложения векторного произведения к решению задач.
7. Смешанное произведение векторов и его свойства.
8. Выражение смешанного произведения в координатной форме.
9. Геометрический смысл смешанного произведения. Приложение к решению задач.
10. Преобразование аффинной системы координат на плоскости и в пространстве.
11. Преобразование прямоугольной декартовой системы координат на плоскости и в пространстве.
12. Линия на плоскости. Векторное и параметрические уравнения прямой.
13. Уравнение прямой линии с угловым коэффициентом.
14. Общее уравнение прямой линии.
15. Полное и неполные уравнения прямой линии.

16. Уравнение прямой линии, проходящей через точку в данном направлении.
17. Уравнение прямой линии, проходящей через две данные точки.
18. Уравнение прямой линии в отрезках.
19. Нормальное уравнение прямой линии.
20. Нормирующий множитель. Приведение общего уравнения прямой линии к нормальному виду.
21. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
22. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
23. Уравнения кривых второго порядка с осями симметрии параллельными координатным осям.
24. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду случай переноса начала координат.
25. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду в случае поворота осей координат.
26. Окружность. Каноническое уравнение окружности.
27. Эллипс. Вывод канонического уравнения.
28. Исследование формы эллипса по его уравнению.
29. Гипербола. Вывод канонического уравнения.
30. Исследование формы гиперболы по ее уравнению.
31. Парабола. Вывод канонического уравнения.
32. Исследование формы параболы по ее уравнению.

Раздел 3. «Аналитическая геометрия в пространстве»

1. Поверхности и линии в пространстве. Уравнения поверхности и линии в пространстве.
2. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору.
3. Уравнение связки плоскостей. Общее уравнение плоскости.
4. Полные и неполные уравнения плоскостей
5. Уравнение плоскости, проходящей через три точки.
6. Уравнение плоскости в отрезках.
7. Нормальное уравнение плоскости.
8. Приведение общего уравнения прямой к нормальному виду.
9. Расстояние от точки до плоскости.
10. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве.
11. Векторное уравнение прямой линии в пространстве. Направляющий вектор прямо
12. Канонические и параметрические уравнения прямой линии в пространстве.
13. Уравнение прямой линии в пространстве, проходящей через две данные точки.
14. Взаимное расположение прямой линии и плоскости в пространстве.
15. Общее уравнение прямой в пространстве.
16. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
17. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
18. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
19. Цилиндрические поверхности.
20. Поверхности вращения. Конические поверхности.
21. Эллипсоид. Свойства эллипсоида.
22. Однополостный и двуполостный гиперboloиды.
23. Эллиптический и гиперболический параболоиды
24. Общее уравнение поверхности.
25. Поверхности вращения. Примеры.
26. Цилиндрические поверхности. Примеры.
27. Конические поверхности. Примеры. Конические сечения.

2.4. Типовые задачи (практические задания)

Тема 1. «Векторно-координатный метод»

Задание 1. На отрезке AB найти точку M , отстоящую от точки $A(-9)$ на расстоянии, вдвое большем чем от точки $B(3)$.

Задание 2. Найти точку симметричную точке $A(3)$ относительно точки $B(-1)$.

Задание 3. Найти точку на оси абсцисс, равноудаленную от точек от точек $A(5;13)$ и $B(-12;-4)$.

Задание 4. Даны две вершины $A(2;-3)$, $B(-1;3)$, $B(-1;3)$ параллелограмма $ABCD$ и точка пересечения его диагоналей $O(4; -1)$. Найти координаты остальных вершин параллелограмма.

Задание 5. Вычислить площадь треугольника, вершинами которого являются точки $A(2; -3)$, $B(3; 2)$ и $C(-2; 5)$.

Задание 6. Дан треугольник ABC с вершинами в точках $A(-1; 3)$, $B(2; -1)$ и $C(7; 2)$. Определить длину биссектрисы угла A .

Тема 2 «Элементы векторной алгебры»

Задание 1. Даны три вектора

$$\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{b} = \vec{j} + 4\vec{k}$$

$$\vec{c} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$$

Необходимо:

- вычислить скалярное произведение векторов $2\vec{a}$, $9\vec{b}$;
- найти модуль векторного произведения $3\vec{a}$ и $-5\vec{c}$;
- вычислить смешанное произведение трёх векторов $4\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$;
- проверить будут ли коллинеарными или ортогональными два вектора $\vec{a}$, $\vec{c}$;
- проверить будут ли компланарны три вектора $7\vec{a}$, $5\vec{b}$, $-\vec{c}$.

Раздел 2. «Аналитическая геометрия на плоскости»

Тема 3. «Уравнение прямой линии на плоскости»

Задание 1.

Даны координаты $A(-1, 1)$, $B(1, 4)$ и $C(-3, 2)$ вершины треугольника ABC .

Найти:

- медиану AD ;
- угол $\angle DAC$;
- прямую, перпендикулярную прямой AD и проходящую через точку C ;
- прямую, параллельную прямой AD и проходящую через точку B ;
- расстояние от точки B до прямой AC .

Тема 4. «Уравнения кривых второго порядка»

Задание 1. Найти уравнение геометрического места центров окружностей, касающихся оси абсцисс и проходящих через точку $A(0; 3)$.

Задание 2. Найти уравнение геометрического места точек, равноудаленных от точки $A(2; 2)$ и оси абсцисс.

Задание 3. Определить тип кривой второго порядка и построить ее

а) $\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y+2)^2}{16} = 1$, б) $x^2 + 2x - y + 2 = 0$

Раздел 3. «Аналитическая геометрия в пространстве»

Тема 5. «Плоскости и уравнение прямой линии в пространстве»

Задание 1.

Даны четыре точки:

$$A_1(1; 8; 2), A_2(5; 6; 2), A_3(5; 7; 4), A_4(4; 10; 9)$$

Требуется:

1. составить уравнения:

- плоскости $A_1A_2A_3$;
- прямой A_1A_2 ;
- прямой A_4M , перпендикулярной к плоскости $A_1A_2A_3$;
- плоскости, проходящей через точку A_4 перпендикулярно прямой A_1A_2 ;

2. вычислить значения:

- синуса угла между прямой A_1A_4 и плоскостью $A_1A_2A_3$;

- б) косинуса угла между координатной плоскостью Oxy и плоскостью $A_1A_2A_3$.

Тема 6. «Уравнения поверхностей второго порядка»

Задание 1. Определить координаты центров и радиусы сфер, заданных уравнениями:

а) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 5)^2 = 9$

б) $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y + 2z - 3 = 0$

Задание 2. Определить тип заданной поверхности.

а) $12x^2 + 9y^2 + 4z^2 - 36 = 0$;

б) $z = 4 - x^2$;

с) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$;

д) $x^2 - 9y^2 = 0$

Задание 3. Найти уравнение поверхности, полученной при вращении прямой $z = 0$ вокруг оси Ox .

Задание 4. Исследовать поверхность методом сечений и схематично построить ее $36x^2 + 16y^2 - 9z^2 + 18z = 9$.

Задание 5. Установить форму и свойства поверхности второго порядка

$$4x^2 + 9y^2 - 8x + 36y + 4 = 0$$

Пример экзаменационного билета

БИЛЕТ №

1. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
2. Исследование формы эллипсоида по его каноническому уравнению.
3. Даны уравнения двух сторон ромба: $x + 2y - 7 = 0$ и $x + 2y - 13 = 0$ и уравнение его диагонали $x - y + 2 = 0$. Найти координаты вершин ромба и вычислить его площадь.
4. Упростить общее уравнение линии, определить ее тип и расположение на плоскости и изобразить схематично: $2x^2 + 5y^2 + 8x - 10y - 17 = 0$.

Критерии оценки

- оценка «отлично» (5 баллов) выставляется, если студент владеет теоретическими знаниями и навыками по решению задачи; выбор способов решения задачи грамотный; рассуждения носят аргументированный характер; предложенные способы решения задачи имеют профессиональную направленность; студент проявляет творческий подход к решению поставленных задач, отсутствуют ошибки;
- оценка «хорошо» (4 баллов) выставляется, если студент владеет теоретическими знаниями и навыками по решению задачи; в выборе способов доказательств и решения задачи допускает незначительные неточности, рассуждения аргументированы; решения носят осознанный характер;
- оценка «удовлетворительно» (3 балла) выставляется, если теоретические знания и представления студента по предложенной задаче носят разрозненный характер; в выборе способов решения задачи допущены ошибки; решения носят ограниченный, репродуктивный характер;
- оценка «неудовлетворительно» (0 баллов) выставляется, если студент имеет существенные пробелы в знаниях и представлениях о методах решения по предложенной задаче; при выборе способов решения задачи допущены ошибки; рассуждения бездоказательны.

3. Оценочные материалы для текущего контроля раздел «Линейная алгебра»

3.1. Тестовые материалы

Вариант 1.

Задания уровня А:

1. Выберите единичную матрицу из числа предложенных:

$$1 \quad 1 \quad 1$$

$$1 \quad 0 \quad 0$$

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix};$$

$$2) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 500 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$3) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$4) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Укажите матрицу A^T , если матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$1) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$3) \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix};$$

$$4) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Выберите вектор – столбец из числа предложенных матриц

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$3) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$2) \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix};$$

$$4) \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}.$$

4. Найдите сумму матриц $2A + 5B$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 35 & 56 \\ 35 & -7 \end{pmatrix};$$

$$3) \begin{pmatrix} 19 & 31 \\ 22 & 1 \end{pmatrix};$$

$$1) \begin{pmatrix} 35 & -7 \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} 22 & 1 \end{pmatrix};$$

$$2) \begin{pmatrix} 16 & 25 \\ 13 & -8 \end{pmatrix};$$

$$4) \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Найдите сумму матриц $A^t + B^t$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix};$$

$$3) \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & 3 & -1 \end{pmatrix};$$

$$1) \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix};$$

$$2) \begin{pmatrix} 3 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix};$$

$$4) \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

6. Найдите A^2 , если $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 1 \end{pmatrix};$$

$$3) \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 7 & 0 \end{pmatrix};$$

$$2) \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix};$$

$$4) \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}.$$

7. Найдите произведение матриц $A \cdot B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & -5 \\ 3 & -20 \end{pmatrix}$

1) произведение $A \cdot B$ не определено;

$$3) \begin{pmatrix} -6 & 3 \\ -2 & -2 \end{pmatrix};$$

$$2) \begin{pmatrix} 2 & -8 & 0 \\ 0 & -5 & 3 \end{pmatrix};$$

$$4) \begin{pmatrix} -6 & -2 \\ -20 & -2 \end{pmatrix}.$$

8. Найдите произведение матриц $2A \cdot B$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$1) \begin{pmatrix} -6 & 0 & -2 \\ 0 & 4 & 0 \end{pmatrix};$$

$$2) \begin{pmatrix} -10 & -4 & -4 \\ -3 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -5 & -2 & -2 \end{pmatrix};$$

$$0 \quad 1 \quad -2 \quad 2 \quad 1 \quad 1$$

3) произведение $2A \cdot B$ не определено;

$$4) \begin{pmatrix} -6 & 0 & -10 \\ 0 & 4 & -4 \\ -2 & 0 & -4 \end{pmatrix}.$$

9. Как изменится определитель при транспонировании матрицы?

1) определитель не изменится;

2) знак определителя поменяется на

$$\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$$

противоположный;

3) значение определителя удвоится;

10. Вычислите определитель 2-го порядка

1) -7; 2) -5; 3) 1; 4) 5.

11. Вычислите определитель 3-го порядка

1) 98;

2) -30;

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 1 & 5 & 0 \\ -3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

3) 90;
4) 104.

12. Выберите невырожденную матрицу из числа предложенных

1) $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 8 \end{pmatrix}$;

3) $\begin{pmatrix} -2 & 7 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -6 & -4 \end{pmatrix}$;

4) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

13. Найдите минор m_{12} соответствующего элемента определителя

1) -2;

2) 13;

3) -5;

4) 5.

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$$

14. Найдите алгебраическое дополнение A_{23} соответствующего элемента матрицы

1) -18;

2) -19;

3) 18;

4) 19.

$$\begin{pmatrix} -4 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -5 \\ 7 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

15. Найдите значение x , решив уравнение

1) $\frac{10}{7}$;

2) 0;

$$\begin{vmatrix} x & 2 & x \\ 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

3) $\frac{10}{3}$;

4) $-\frac{2}{3}$

Задания уровня В:

1. Найдите матрицу, обратную данной

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных алгебраических уравнений

3. Вычислите определитель 4-го порядка

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -4 & 0 \\ -3 & 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8. \end{cases}$$

Вариант 2.

Задания уровня А:

1. Выберите треугольную матрицу из числа предложенных:

1) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$;

3) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$;

4) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Укажите матрицу A^t , если матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix};$$

$$2) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix};$$

$$\begin{matrix} -1 & 4 & 0 & 1 \\ 3) & \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}; \\ & 52 & & \\ 4) & \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 0 \end{pmatrix}. \end{matrix}$$

3. Выберите вектор – строку из числа предложенных матриц

1) $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$;

3) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$;

4) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

4. Найдите разность матриц $3A - 2B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -6 \\ 2 & -10 \end{pmatrix}$

1) $\begin{pmatrix} 6 & 27 \\ -7 & 32 \end{pmatrix}$;

3) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 14 \end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix} 6 & 9 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$;

$\begin{pmatrix} -3 & 14 \\ 56 & 3 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} 1 & -8 \end{pmatrix}$.

5. Найдите сумму матриц $A^t + B$, если $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

1) $\begin{pmatrix} 2 & 6 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$;

3) $\begin{pmatrix} 3 & 6 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 4 & 6 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$;

4) $\begin{pmatrix} -2 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

6. Найдите B^2 , если $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

1) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 9 \\ 1 & 4 & 1 \\ 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$;

3) $\begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix} -7 & -2 & -1 \\ 0 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & -5 \end{pmatrix}$;

4) $\begin{pmatrix} -2 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

7. Найдите произведение матриц $A \cdot B$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 3 \\ 2 & 15 \end{pmatrix}$

1) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 15 & 4 & -5 \end{pmatrix}$;

3) $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

4) произведение $A \cdot B$ не определено;

8. Найдите произведение матриц $\frac{A}{2} \cdot B$, если $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 4 & 0 & 0 \\ 6 & -2 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

1) произведение $\frac{A}{2} \cdot B$ не определено;

$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} 4 & -4 & 0 \end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 0 & -4 & -3 \end{pmatrix}$;

$\begin{pmatrix} 0 & -8 & -6 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -4 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}$.

9. Как изменится определитель при перестановке двух его параллельных рядов?

- 1) определитель не изменится;
- 2) знак определителя поменяется на противоположный;
- 3) значение определителя удвоится;
- 4) определитель примет значение, обратное исходному.

10. Вычислите определитель 2-го порядка $\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$

- 1) -17;
- 2) 13;
- 3) 3;
- 4) -13.

$$\begin{vmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 4 & 2 & -2 \\ 1 & 4 & 0 \end{vmatrix} \quad 53$$

11. Вычислите определитель 3-го порядка

- 1) 92; 3) 56;
2) 72; 4) 54.

12. Выберите вырожденную матрицу из числа предложенных.

1) $\begin{pmatrix} -6 & -3 \\ 10 & 5 \end{pmatrix};$

3) $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 7 \end{pmatrix};$

2) $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -8 & 8 \end{pmatrix};$

4) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}.$

13. Найдите минор m_{21} соответствующего элемента определителя $\begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}$

- 1) -10; 3) 4;
2) 3; 4) -4.

14. Найдите алгебраическое дополнение A_{32} соответствующего элемента матрицы $\begin{pmatrix} 8 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 6 \\ -5 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$

- 1) 50; 3) -50;
2) 9; 4) -9.

15. Найдите значение x , решив уравнение $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ x & 3 & x \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$

- 1) 6;
2) 9;
3) 18;
4) -18.

Задания уровень В:

1. Найдите матрицу, обратную данной $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

2. Решите систему линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 8, \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$

3. Вычислите определитель 4-го порядка

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

№1 Матрица $A = \begin{pmatrix} a & c & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & c \\ 0 & 0 & b & d \end{pmatrix}$ будет иметь оператор:

- 1) дифференцирования в пространстве $(x^n, x^{n-1}, \dots, 1)$ $R[x]_n$ в базисе;
- 2) $X \rightarrow X \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ в пространстве $M_2(R)$ в базисе из матричных единиц;
- 3) $X \rightarrow A \times B$ (A, B — фиксированные матрицы) в пространстве $M_2(R)$ в базисе, состоящем из матричных единиц.

№2. Линейное преобразование φ в базисе e_1, e_2, e_3, e_4 имеет матрицу

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Как будет выглядеть матрица этого же преобразования в базисе: e_1, e_2, e_3, e_4 ?

- 1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 6 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 3 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

№3 Выберите верные утверждения:

- 1) существуют такие A и B , что $\text{rg}(AB) = \text{rg}(BA)$;
- 2) всегда $\text{rank } A = \text{rg}(A^T A)$;
- 3) для любой матрицы A найдется такая матрица I , что $AI = A$, $IA = A$, называемая единичной;
- 4) из линейно зависимой системы векторов всегда можно выбрать несколько линейно независимых.
- 5) Всегда $\text{rg}(A) = \text{rg } A$

№4. невырожденной квадратичной формой называется:

- 1) невырожденная матрица ($\text{rg } A = n$)
- 2) симметричная матрица $A = (a_{ij})$, составленная из коэффициентов квадратичной формы
- 3) вырожденная матрица ($\text{rg } A < n$)

№5 Максимальное число линейно независимых вектор-столбцов (строк) называется:

Ответ: *рангом матрицы.*

№6 В линейном пространстве V^2 любые два коллинеарных вектора:

№7 Матрица $A - \lambda A$ называется:

- 1) собственным значением матрицы A
- 2) характеристической для A
- 3) собственным вектором матрицы A

№8 Выберите верные утверждения:

- 1) не всякая матрица с определителем равным ± 1 , будет ортогональной
- 2) определитель ортогональной матрицы равен ± 1
- 3) всякое ортогональное преобразование неизвестных является невырожденным

№9 Оператор A называется линейным, если выполняются условия:

- 1) $\tilde{A}(\bar{x}_1 + \bar{x}_2) = \tilde{A}(\bar{x}_1) + \tilde{A}(\bar{x}_2)$;
- 2) $\tilde{A}(\lambda \bar{x}) = \lambda \tilde{A}(\bar{x})$;
- 3) оба эти условия.

№10 Каждому собственному вектору соответствует:

- 1) конечное число собственных чисел;
- 2) единственное собственное число;
- 3) бесконечное множество собственных чисел.

№11 Для нахождения собственных чисел линейного оператора $\tilde{A}$ необходимо решить уравнение:

- 1) $|A - \lambda E| = 0$;
- 2) $|A - \lambda E| < 0$;
- 3) $|A - \lambda E| > 0$.

№12 Установление соответствия между линейными комбинациями векторов

$\vec{a}(1; 3; -1)$ и $\vec{b}(-2; 0; -3)$ и их координатами:

- | | |
|-------------------------|-----------------|
| 1. $2\vec{a} - \vec{b}$ | а) (0; 6; -5) |
| 2. $2\vec{a} + \vec{b}$ | б) (4; 6; 1) |
| 3. $\vec{a} - 2\vec{b}$ | в) (0; 6; -7) |
| | г) (5; 3; 5) |
| | д) (-3; -3; -7) |

№13 Пусть $\varphi(\bar{x})$ – линейный оператор. В формуле $\varphi(\bar{x}) = \lambda(\bar{x})$ число λ называется:

- 1) собственным значением оператора φ ;
- 2) собственным вектором оператора φ ;

3) нулевым вектором оператора φ .

№14 Для нахождения собственного числа линейного оператора $\varphi(\lambda)$, которому соответствует квадратная матрица A , необходимо решить уравнение:

- 1) $|A + \lambda E| = 0$
- 2) $|A - \lambda E| = 0$
- 3) $|\lambda E - A| = -1$

№15 Множество целых чисел по бинарной операции «сложение» образует:

- 1) поле;
- 2) аддитивную абелеву группу;
- 3) подполе.

№16. Задана линейная комбинация: $0 = k_1 + k_2 + k_3$, где $k_1 = k_2 = 4$, $k_3 = 0$. Векторы ...

- 1) линейно независимы;
- 2) образуют базис пространства V^3 ;
- 3) линейно зависимы.

№ 17 Найти общее решение в зависимости от параметра

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 2, \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 4, \\ 4x_1 + 14x_2 + x_3 + 7x_4 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + \lambda x_4 = 2. \end{cases}$$

1) $x_1 = \frac{43-8\lambda}{8-8\lambda} - \frac{9x_3}{8} \quad x_2 = \frac{5}{2-4\lambda} + \frac{x_3}{3} \quad x_4 = \frac{7}{\lambda-1}$

2) $x_1 = \frac{43-8\lambda}{8-8\lambda} - \frac{9x_3}{8} \quad x_2 = \frac{5}{4-4\lambda} + \frac{x_3}{4} \quad x_4 = \frac{5}{\lambda-1}$

3) $x_1 = \frac{3-5\lambda}{6-8\lambda} - \frac{2x_3}{8} \quad x_2 = \frac{5}{1-4\lambda} + \frac{x_3}{4} \quad x_4 = \frac{3}{\lambda-1}$

№ 18 Какие собственные значения будет иметь матрица

$$A = \begin{pmatrix} 11 & -6 & 2 \\ -6 & 10 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \end{pmatrix}$$

- 1) $\lambda_1=18, \lambda_2=6, \lambda_3=3$
- 2) $\lambda_1=4>0, \lambda_2=6-4\sqrt{2}>0, \lambda_3=6+4\sqrt{2}>0$
- 3) $\lambda_1=2>0, \lambda_2=2-\sqrt{2}>0, \lambda_3=2+\sqrt{2}>0$

№ 19 Определить, является ли линейным заданное подпространство для указанного пространства?

- 1) Линейное пространство определено, как множество геометрических векторов. Подпространство — множество векторов с началом в начале координат и лежащих в первом октанте;
- 2) Линейное пространство определено как всевозможные системы

действительных чисел $x=(x_1, x_2, x_3)$. Сложение и умножение на число определены, как $x+y=(x_1+y_1, x_2+y_2, x_3+y_3)$ $ax=(ax_1, ax_2, ax_3)$. Подпространство определено, как $z=(0, z_1, z_2)$

3) Линейное пространство определено как всевозможные многочлены не выше пятой степени. Подпространство — многочлены вида $a_0t^5+a_1t^3+a_3$

№ 20 Примерами линейного пространства являются:

- 1) единичные матрицы одной размерности;
- 2) нулевые матрицы одной размерности;
- 3) ненулевые матрицы одной размерности;
- 4) квадратные матрицы одной размерности;
- 5) диагональные матрицы одной размерности.

Вариант 1

1. Модуль комплексного числа $z = 6 + 8i$ равен...

- 1) 10
- 2) 6
- 3) 14
- 4) 8

2. Комплексное число $z = 2 + 2i$ можно представить в виде ...

- 1) $2 \sqrt[4]{e^{i\pi}}$
- 2) $2\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$
- 3) $2 \sqrt[4]{2 \left(\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4} \right)}$
- 4) $2 \sqrt[4]{2 \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)}$

3. Произведение комплексных чисел $z_1 = 4 - i$ и $z_2 = 3 - 7i$ равно ...

- 1) $5 - 30i$
- 2) $5 - 26i$
- 3) $19 - 30i$
- 4) $19 - 26i$

4. Тригонометрическая форма комплексного числа, имеющего модуль $2\sqrt{3}$ и аргумент $\frac{\pi}{6}$, имеет вид...

$$1) z = 2 \sqrt[3]{\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}}$$

$$2) z = 2 \sqrt[3]{\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}}$$

$$3) z = 2 \sqrt[3]{\cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6}}$$

$$4) z = 2 \sqrt[3]{\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6}}$$

5. Частное $\frac{z_1}{z_2}$ комплексных чисел $z_1 = 1 - 5i$ и $z_2 = 1 - i$ равно....

$$1) 3 - 2i$$

$$2) 2 - 3i$$

$$3) 2 + 3i$$

$$4) 3 + 2i$$

6. Найти $|z|$, если $z = -\sqrt{11} + 5i$:

$$1) 6$$

$$2) 11$$

$$3) 5$$

$$4) \sqrt{11}$$

7. Комплексное число $z = \frac{2-5i}{3+i}$ равно ...

$$1) 0,1 - 1,7i$$

$$2) 0,5 - 1,25i$$

$$3) \frac{11}{8} - i \frac{13}{8}$$

$$4) 0,1 - 1,3i$$

8. Даны комплексных числа:
два
компле

$$z_1 = 3 - 5i \text{ и}$$

$$z_2 = 5 - 4i .$$

Тогда
действительная часть
произведения

$z_1 z_2$ равна...

1) -5

2) 35

3) 15

4) -37

9. Частное $\frac{z_2}{z_1}$ комплексных чисел $z_1 = 3 - i$ и $z_2 = 1 - 7i$ равно ...

1) $1 - 2i$

2) $-0,4 - 2,2i$

3) $1 + 2i$

4) $-0,4 - 2i$

10. Установите соответствие между алгебраической формой комплексного числа и его тригонометрической формой.

1. $z = 2 + 2i$

2. $z = \sqrt{3} - i$

3. $z = \frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2}$

Ответ:
A) $z = 2 \left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \right)$ (2)

B) $z = 2 \left(\cos\frac{\pi}{6} + i \sin\frac{\pi}{6} \right)$

C) $z = 2 \left(\cos\frac{\pi}{4} + i \sin\frac{\pi}{4} \right)$ (1)

D) $z = \sqrt{2} \left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right)$ (3)

E) $z = \left(\cos\frac{2\pi}{3} + i \sin\frac{2\pi}{3} \right)^3$

11. Комплексное число $2 - 5i - (1 + 2i) \cdot i$ равно ...

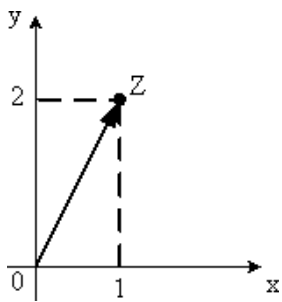
1) $4 - 6i$

2) $-6i$

3) $4 - 4i$

4) $2 - 8i$

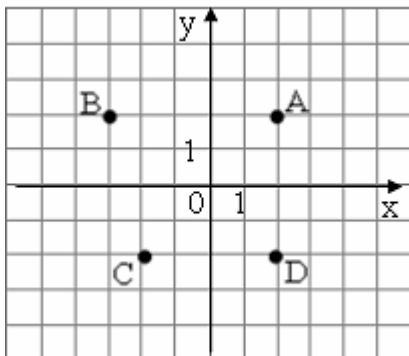
12. Алгебраическая форма комплексного числа, изображённого на рисунке



Имеет вид...

- 1) $z = 1 + 2i$
- 2) $z = 2 + i$
- 3) $z = 1 - 2i$
- 4) $z = \sqrt{3}$

13. Комплексные числа заданы точками на плоскости



Тогда комплексно-сопряженными числами являются...

- 1) A и D
- 2) A и B
- 3) A и C
- 4) D и C

14. Действительная часть комплексного числа $z = \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right)^2$ имеет вид...

- 1) $\cos \pi$
- 2) $\cos \frac{\pi}{2}$
- 3) $\cos^2 \pi$
- 4) $\cos^2 \frac{\pi}{2}$

15. Произведение комплексного числа $z = 4 - 3i$ на сопряженное число $\bar{z}$ равно...

1) 25

2) $16 - 9i$

3) 5

4) $8 - 6i$

16. Даны комплексные числа $z_1 = 1 - i$ и $z_2 = 3 + 4i$. Тогда $3z_1 - 2z_2$ равно...

1) $-3 - 11i$

2) $9 + 5i$

3) $-3 + 5i$

4) $-7i$

17. Значение комплексного числа $(1 + i\sqrt{3})^9$, вычисленное по формуле Муавра, равно...

1) -512

2) 521

3) -521

4) 512

18. Действительная часть комплексного числа $(3 + 2i)^2$ равна ...

1) 5

2) -13

3) -5

4) 13

19. Если $f(z) = 2z^2 + 4$, тогда значение производной этой функции в точке $z_0 = 2 + i$ равно...

1) $8 + 4i$

2) $2 + i$

3) $4 + 4i$

4) $8 + i$

20. Даны два комплексных числа $z_1 = 5 + 4i$ и $z_2 = 5 - 4i$. Тогда квадратное уравнение, составленное из них, имеет вид:

$$1) \ z^2 - 10z + 41 = 0$$

2) $z^2 + 10z + 9 = 0$

3) $z^2 - 10z - 9 = 0$

4) $z^2 + 10z + 41 = 0$

21. Даны два комплексных числа $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ и $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$. Тогда квадратное уравнение, составленное из них, имеет вид:

1) $z^2 - 2z + 4 = 0$

2) $z^2 + 2z - 2 = 0$

3) $z^2 - 2z - 2 = 0$

4) $z^2 + 2z + 4 = 0$

$$z = \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)^2$$

22. Действительная часть комплексного числа $\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)^2$ имеет

$\cos \frac{\pi}{6}$

1) $\frac{3}{4}$

$\cos^2 \frac{\pi}{6}$

2) $\frac{3}{4}$

$\cos \frac{\pi}{6}$

3) $\frac{1}{4}$

$\cos^2 \frac{\pi}{6}$

4) $\frac{1}{4}$

Вариант 2

23. Произведение комплексных чисел $z_1 = 3 - 2i$ и $z_2 = 3 + 4i$ равно ...

1) $17 + 6i$

2) $1 + 6i$

3) $1 + 18i$

4) $17 - 18i$

24. Модуль комплексного числа $3 + 4i$ равен...

1) 5

2) 3

3) 4

4) 7

25. Даны комплексные числа $z_1 = 2 - i$ и $z_2 = 3 + 5i$. Тогда $2z_1 - 3z_2$ равно...

1) $-5 - 17i$

2) $-5 + 13i$

3) $-5 + 14i$

4) $-5 + 3i$

26. Тригонометрическая форма комплексного числа, имеющего модуль $\sqrt{2}$ и аргумент $\frac{\pi}{4}$, имеет вид...

1)
$$z = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

2)
$$z = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

3)
$$z = \sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} - i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$$

4)
$$z = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$$

27. Частное $\frac{z_1}{z_2}$ комплексных чисел $z_1 = 2 + 5i$ и $z_2 = -1 - i$ равно....

1) $-7 - 3i$

2) $3 + 7i$

3) $3 - 3i$

4) $7 + 7i$

28. Комплексное число $z = 1 - i\sqrt{3}$ в тригонометрической форме имеет вид ...

1)
$$2 \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$$

$$4 \left(\cos \frac{2\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3} \right)$$

2) (3)

$$3) \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3} \\ 2 \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \\ 2 \cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3} \end{pmatrix}$$

29. Частное $\frac{z_2}{z_1}$ комплексных чисел $z_1 = -2 + i$ и $z_2 = -4 + 7i$ равно ...

$$\cos \frac{\pi}{2}$$

1) 2

2) $\cos^2 \frac{\pi}{2}$

3) $\cos^2 \pi$

4) $\cos \pi$

30. Действительная часть комплексного числа $(5 - 2i)^2$ равна...

1) 21

2) 7

3) 29

4) -10

31. Конец радиус-вектора, задающего комплексное число $z = -5 + 2i$, лежит...

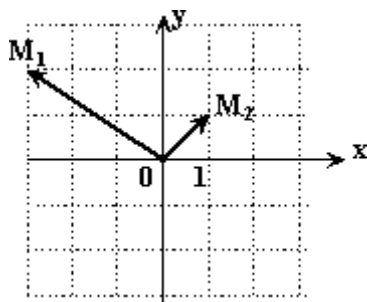
1) Во второй четверти

2) В первой четверти

3) В третьей четверти

4) В четвёртой четверти

32. Комплексные числа z_1 и z_2 заданы соответственно радиус-векторами $\overline{OM_1}$ и $\overline{OM_2}$:



Тогда сумма $z_1 + z_2$, записанная в алгебраической форме, имеет вид...

- 1) $-2 + 3i$
- 2) $-3 + 2i$
- 3) $1 + i$
- 4) $2i$

33. Аргумент комплексного числа $2 + 2i$ равен...

- 1) $\frac{\pi}{4}$
- 2) $\frac{3\pi}{4}$
- 3) $\frac{\pi}{6}$
- 4) $\frac{\pi}{3}$

34. Произведение комплексного числа $z = 1 - 2i$ и сопряженного числа $\bar{z}$ равно ...

- 1) 5
- 2) -3
- 3) -5
- 4) $1 - 4i$

35. Действительными решениями уравнения $(1+i)x + (1-i)y = 3-i$ являются...

- 1) $x=1,$ 2) $x=2,$

$$y = 2$$

$$y = 1$$

3) $x = 3, y = 0$

4) $x = 0, y = 3$

36. Даны два комплексных числа: $z_1 = 2 + 3i$ и $z_2 = 5 - 4i$. Тогда действительная часть произведения $z_1 z_2$ равна...

1) 10

2) 12

3) 22

4) -2

37. Значение комплексного числа $(-\sqrt{2} + i)^8$, вычисленное по формуле Муавра, равно...

1) 81

2) -81

3) 24

4) -24

38. Значение функции $f(z) = z^2$ в точке $z_0 = 3 + 2i$ равно...

1) $7 + 12i$

2) $9 + 12i$

3) $13 + 12i$

4) $5 + 12i$

39. Установите соответствие между комплексным числом и его аргументом

1. $\sqrt{3} + i$

2. $\sqrt{3} - i$

3. $-\sqrt{3} + i$

4. $-\sqrt{3} - i$

Ответ:

А) $\frac{11\pi}{6}$

В) $\frac{2\pi}{3}$ (2)

$$C) \frac{5\pi}{6} \quad (3)$$

$$D) \frac{7\pi}{6} \quad (4)$$

$$E) \frac{\pi}{3}$$

$$F) \frac{\pi}{6} \quad (1)$$

40. Найти разность $x - y$ из условия равенства двух комплексных чисел:

$$5x - 2y + (x + y)i = 4 + 5i.$$

$$1) -1$$

$$2) 1$$

$$3) 5$$

$$4) 9$$

41. Если $z = 2 + 3i$, то сопряжённое ему комплексное число $\bar{z}$ равно...

$$1) 3 - 2i$$

$$2) 2 - 3i$$

$$3) -2 + 3i$$

$$4) 3 + 2i$$

42. Установите соответствие между алгебраической формой комплексного числа и его тригонометрической формой

$$1) z = 1 + i \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$2) z = 1 + i$$

$$3) z = -2 + i \cdot 2\sqrt{3}$$

Ответ: $z = 4 \left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \right)$

$$A) z = 4 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$B) \quad (3)$$

$$C) z = \frac{2}{3} \sqrt{3} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) \quad (1)$$

$$D) \quad z = \sqrt[2]{\begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \\ 4 \end{pmatrix}} \quad (2)$$

$$E) \quad z = \sqrt[2]{\begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \\ 6 \end{pmatrix}}$$

43. Даны два комплексных числа $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ и $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$. Тогда квадратное уравнение, составленное из них, имеет вид:

1) $z^2 - 2z + 4 = 0$

2) $z^2 + 2z - 2 = 0$

3) $z^2 - 2z - 2 = 0$

4) $z^2 + 2z + 4 = 0$

$$z = \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \\ 6 \end{pmatrix}^2$$

44. Действительная часть комплексного числа имеет

1) $\cos \frac{\pi}{3}$

2) $\cos^2 \frac{\pi}{3}$

3) $\cos \frac{\pi}{6}$

4) $\cos^2 \frac{\pi}{6}$

Критерии оценки:

-оценка «отлично» выставляется студенту, если выполнены, верно - 86%-100 %;

-оценка «хорошо»- выполнены все задания, но допустил ошибки в решении заданий, либо недочеты, если выполнено 71%-85%;

-оценка «удовлетворительно»- выполнены все задания, допущены ошибки заданиях, выполнены, верно -51%-70%

-оценка «неудовлетворительно», если выполнено, верно, менее половины заданий -0-50%.....

3.2. Вопросы для собеседования

Раздел 1 и 2.

Множества. Алгебраические структуры. Матрицы. Определители. СЛАУ

1. Множества. Операции над множествами.
2. Свойства операций над множествами.
3. Алгебраические операции, группы, кольца, поля. (Общие сведения)
4. Общие сведения о матрицах.
5. Сложение и умножение матрицы на число.

6. Линейные комбинации столбцов (строк) матрицы.
7. Умножение матриц.

8. Элементарные преобразования матрицы.
9. Определители и алгебраические дополнения.
10. Миноры и алгебраические дополнения.
11. Разложения определителя по строке или столбцу. Теорема Лапласа
12. Вычисление определителей.
13. Ранг матрицы и ее свойства.
14. Обратная матрица и порядок ее получения
15. Системы линейных уравнений.
16. Критерий совместимости системы линейных уравнений (теорема Кронекера-Капелли).
17. Метод Гаусса.
18. Решение СЛАУ с помощью формул Крамера.
19. Решение СЛАУ методом обратной матрицы
20. Простейшие матричные уравнения.
21. Однородные системы линейных уравнений.

Раздел 3.

Векторные пространства. Линейные операторы

1. Определение линейного пространства. Примеры линейных пространств.
2. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
3. Критерий линейной зависимости.
4. Достаточные условия линейной зависимости.
5. Определение базиса пространства. Размерность пространства.
6. Координаты вектора в данном базисе. Координаты суммы векторов, произведения вектора на число.
7. Матрица перехода от одного базиса линейного пространства к другому. Преобразование координат вектора при переходе от одного базиса к другому.
8. Определение подпространства линейного пространства. Примеры подпространств. Линейные оболочки системы векторов. Теорема о размерности линейной оболочки.
9. Изоморфизм линейных пространств.
10. Евклидовы и унитарные пространства. Примеры. Линейные нормированные пространства.
11. Ортонормированная система. Ортонормированный базис.
12. Понятие линейного оператора и основные операции над ними. Примеры линейных операторов. Линейное пространство $L(x, y)$.
13. Обратный оператор и его свойства. Критерий обратимости линейного оператора.
14. Матрица линейного оператора. Представление линейного оператора в данном базисе при помощи матрицы. Матрица суммы операторов, произведение оператора на число, произведение операторов и обратные операторы. Примеры.
15. Преобразование матрицы оператора при переходе от одного базиса к другому. Определитель линейного оператора.
16. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристическое уравнение. Теорема о нахождении собственных векторов линейного оператора.
17. Свойства собственных векторов линейного оператора.
18. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.
19. Линейные формы в линейном пространстве. Преобразование коэффициентов линейной формы при переходе к новому базису.
20. Квадратичные формы в линейном пространстве. Приведение квадратичной формы к диагональному виду методом Лагранжа.
21. Закон инерции квадратичных форм.
22. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра.

Разделы IV, V, VI

Комплексные числа. Группы, кольца, поля. Кольцо многочленов

1. Числовое поле. Поле комплексных чисел.
2. Алгебраическая форма комплексных чисел.
3. Операции над комплексными числами в алгебраической форме
4. Геометрическое представление комплексных чисел
5. Переход от алгебраической формы комплексных чисел к тригонометрической и показа

тельной

6. Операции над комплексными числами в тригонометрической форме.
7. Тригонометрическая форма комплексного числа.
8. Формула Муавра
9. Извлечение корня из комплексного числа
10. Бинарные операции.
11. Алгебраические операции
12. Понятия: группа, полугруппы.
13. Аксиомы группы
14. Понятия: нейтральные и симметричные элементы.
15. Понятие: гомоморфизм, изоморфизм.
16. Определение и общие свойства колец.
17. Аксиоматика кольца
18. Гомоморфизмы колец. Типы колец.
19. Понятие поля. Характеристики поля.
20. Аксиоматика поля
21. Многочлены от одной переменной.
22. Деление многочленов.
23. Теорема Безу
24. Корни многочлена
25. Кратные корни многочлена
26. Схема Горнера
27. Многочлены от нескольких переменных, симметрические многочлены.
28. Многочлены над числовым полем.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если он проявил всестороннее, систематическое и глубокое знание материалов изученной дисциплины, умение свободно выполнять задания предусмотренной программой, усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «отлично» выставляется студенту, проявившему творческие способности в понимании, изложении и использовании материалов изученной дисциплины, безупречно ответившему на вопросы;

- оценка «хорошо» выставляется студенту, показавшему систематический характер знаний, по дисциплине, ответившему на все вопросы билета, но допустившему при этом не принципиальные ошибки;

- оценка «удовлетворительно» заслуживает студент, обнаруживший знание материала изученной дисциплины в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «удовлетворительно» выставляется студентам, допустившим погрешность в ответе на теоретические вопросы и/или при выполнении практических заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, либо неправильно выполнившему практическое задание, но по указанию преподавателя выполнившим другие задания из того же раздела дисциплины;

- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, обнаружившему серьезные проблемы в знаниях основного материала изученной дисциплины, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине, не ответившим на вопросы билета и дополнительные вопросы, и неправильно выполнившему практическое задание.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется также если студент:

- после начала собеседования (коллоквиума) отказался его сдавать;
- нарушил правила сдачи собеседования (коллоквиума) (списывал, подсказывал, обманом пытался получить более высокую оценку и т.д.)

3.3. Критерии оценки реферата

- оценка «отлично» (5 баллов) выставляется, если студент владеет знаниями и представлениями по решению задачи; выбор способов решения задачи грамотный; рассуждения носят аргументированный характер; предложенные способы решения задачи имеют профессиональную направленность; студент проявляет творческий подход к решению поставленных задач, отсутствуют ошибки;
- оценка «хорошо» (4 баллов) выставляется, если студент владеет знаниями и представлениями по решению задачи; в выборе способов решения задачи допускает незначительные неточности, рассуждения аргументированы; решения носят осознанный характер;
- оценка «удовлетворительно» (3 балла) выставляется, если знания и представления студента по предложенной задаче носят разрозненный характер; в выборе способов решения задачи допущены ошибки; решения носят ограниченный, репродуктивный характер;
- оценка «неудовлетворительно» (0 баллов) выставляется, если студент имеет существенные пробелы в знаниях и представлениях по предложенной задаче; при выборе способов решения задачи допущены ошибки; рассуждения бездоказательны.

3.4. Критерии оценки лабораторной работы

Не предусмотрено

3.5. Критерии оценки презентации

Не предусмотрено

3.6. Критерии оценки портфолио

Не предусмотрено

4. Оценочные материалы для промежуточной аттестации

1 семестр	Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{vmatrix}$
	При каких значениях параметра λ система векторов a_1, a_2, a_3 является линейно зависимой? $a_1 = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} \lambda \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$
	Найдите матрицу перехода $P_{e \rightarrow u}$ от базиса $\{e_1, e_2\}$ к базису $\{u_1, u_2\}$: $e_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}, u_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 14 \end{pmatrix}, u_2 = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$
2 семестр	Даны четыре вектора X_1, X_2, X_3, X_4 . Требуется найти все значения z , при которых вектор X_4 линейно выражается через векторы X_1, X_2, X_3 . $\begin{cases} X_1 = \{3, -1, 0\}; \\ X_2 = \{3, -2, 1\}; \\ X_3 = \{0, 1, -1\}; \\ X_4 = \{5, 3, z\}. \end{cases}$
	Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей. $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ -2 & -6 & 13 \\ -1 & -4 & 8 \end{pmatrix}$

3 семестр	Даны комплексные числа $z_1 = 2 - 5i$ и $z_2 = 1 - 3i$. Найти а) $z_1 + z_2$, б) $z_1 - z_2$, в) $z_1 \cdot z_2$, г) $z_1 \cdot \overline{z_1}$, д) $\frac{z_1}{z_2}$. Решить уравнение $(2 - 3i)x + (1 + 4i)y = 3 - 10i$ Выяснить, образует ли группа множество матриц порядка n, где $n > 1$, относительно умножения.
-----------	--

Критерии оценки:

- оценка «отлично» (5 баллов) выставляется, если студент владеет знаниями и представлениями по решению задачи; выбор способов решения задачи грамотный; рассуждения носят аргументированный характер; предложенные способы решения задачи имеют профессиональную направленность; студент проявляет творческий подход к решению поставленных задач, отсутствуют ошибки;

- оценка «хорошо» (4 баллов) выставляется, если студент владеет знаниями и представлениями по решению задачи; в выборе способов решения задачи допускает незначительные неточности, рассуждения аргументированы; решения носят осознанный характер;

- оценка «удовлетворительно» (3 балла) выставляется, если знания и представления студента по предложенной задаче носят разрозненный характер; в выборе способов решения задачи допущены ошибки; решения носят ограниченный, репродуктивный характер;

- оценка «неудовлетворительно» (0 баллов) выставляется, если студент имеет существенные пробелы в знаниях и представлениях по предложенной задаче; при выборе способов решения задачи допущены ошибки; рассуждения бездоказательны.

2.1. Примерный перечень вопросов для экзамена (зачета).

1. Множества. Операции над множествами.
2. Свойства операций над множествами.
3. Алгебраические операции, группы, кольца, поля. (Общие сведения)
4. Общие сведения о матрицах.
5. Сложение и умножение матрицы на число.
6. Линейные комбинации столбцов (строк) матрицы.
7. Умножение матриц.
8. Элементарные преобразования матрицы.
9. Определители и алгебраические дополнения.
10. Миноры и алгебраические дополнения.
11. Разложения определителя по строке или столбцу. Теорема Лапласа
12. Вычисление определителей.
13. Ранг матрицы и ее свойства.
14. Обратная матрица и порядок ее получения
15. Системы линейных уравнений.
16. Критерий совместимости системы линейных уравнений (теорема Кронекера-Капелли).
17. Метод Гаусса.
18. Решение СЛАУ с помощью формул Крамера.
19. Решение СЛАУ методом обратной матрицы
20. Простейшие матричные уравнения.
21. Однородные системы линейных уравнений.
22. Определение линейного пространства. Примеры линейных пространств.
23. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
24. Критерий линейной зависимости.

25. Достаточные условия линейной зависимости.
26. Определение базиса пространства. Размерность пространства.
27. Координаты вектора в данном базисе. Координаты суммы векторов, произведения вектора на число.
28. Матрица перехода от одного базиса линейного пространства к другому. Преобразование координат вектора при переходе от одного базиса к другому.
29. Определение подпространства линейного пространства. Примеры подпространств. Линейные оболочки системы векторов. Теорема о размерности линейной оболочки.
30. Изоморфизм линейных пространств.
31. Евклидовы и унитарные пространства. Примеры. Линейные нормированные пространства.
32. Ортонормированная система. Ортонормированный базис.
33. Понятие линейного оператора и основные операции над ними. Примеры линейных операторов. Линейное пространство $L(x, y)$.
34. Обратный оператор и его свойства. Критерий обратимости линейного оператора.
35. Матрица линейного оператора. Представление линейного оператора в данном базисе при помощи матрицы. Матрица суммы операторов, произведение оператора на число, произведение операторов и обратные операторы. Примеры.
36. Преобразование матрицы оператора при переходе от одного базиса к другому. Определитель линейного оператора.
37. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристическое уравнение. Теорема о нахождении собственных векторов линейного оператора.
38. Свойства собственных векторов линейного оператора.
39. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.
40. Линейные формы в линейном пространстве. Преобразование коэффициентов линейной формы при переходе к новому базису.
41. Квадратичные формы в линейном пространстве. Приведение квадратичной формы к диагональному виду методом Лагранжа.
42. Закон инерции квадратичных форм.
43. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра.
44. Числовое поле. Поле комплексных чисел.
45. Геометрическое представление комплексных чисел и операции над ними.
46. Тригонометрическая форма комплексного числа.
47. Понятие перестановки и подстановки.
48. Бинарные операции. Понятия: полугруппы, обратимые элементы.
49. Понятие группы. Гомоморфизм. Изоморфизм.
50. Определение и общие свойства колец.
51. Гомоморфизмы колец. Типы колец.
52. Понятие поля. Характеристики поля.
53. Многочлены от одной переменной.
54. Деление многочленов.
55. Теорема Безу
56. Схема Горнера
57. Многочлены от нескольких переменных, симметрические многочлены.
58. Многочлены над числовым полем.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» (5 баллов) выставляется, если студент владеет знаниями и представлениями по решению задачи; выбор способов решения задачи грамотный; рассуждения носят аргументированный характер; предложенные способы решения задачи имеют профессиональную направленность; студент проявляет творческий подход к решению поставленных задач, отсутствуют ошибки;

- оценка «хорошо» (4 баллов) выставляется, если студент владеет знаниями и представлениями по решению задачи; в выборе способов решения задачи допускает незначительные неточности, рассуждения аргументированы; решения носят осознанный характер;

- оценка «удовлетворительно» (3 балла) выставляется, если знания и представления студента по предложенной задаче носят разрозненный характер; в выборе способов решения задачи допущены ошибки; решения носят ограниченный, репродуктивный характер;

оценка «неудовлетворительно» (0 баллов) выставляется, если студент имеет существенные пробелы в знаниях и представлениях по предложенной задаче; при выборе способов решения задачи допущены ошибки; рассуждения бездоказательны.

2.2. Типовые задачи (практические задания)

№ 1. Множества

ВАРИАНТ 1

1. А- множество букв в слове «абракадабра», В- множество букв в слове «абрикос», С- множество букв в слове «рок», а D- множество цифр в числе 12112212. Укажите элементы следующих множеств : а) $A \cup B$; б) $A \cap B$; в) $A \setminus B$; г) $C \times D$; д) дополнение к подмножеству С до множества В.

2.С помощью диаграмм Эйлера- Венна проверьте справедливость равенства $(A \setminus B) \cap C = C \setminus (C \cap B)$, если $A \cap B \neq \emptyset$, $C \subset A$, $C \cap B \neq \emptyset$

ВАРИАНТ 2

1. А-множество цифр в числе 37453754, В- множество цифр в числе 873908839, С- множество цифр в числе 898898, а D- множество букв в слове «тур». Укажите элементы следующих множеств :а) $A \cup B$; б) $A \cap B$; в) $A \setminus B$; г) $C \times D$; д) дополнение к подмножеству С до множества В.

2.С помощью диаграмм Эйлера- Венна проверьте справедливость равенства $(C \setminus B) \cap A = (A \setminus B) \cap C$, если $B \cap C \neq \emptyset$, $B \subset A$, $C \subset A$

ВАРИАНТ 3

1. А- множество букв в слове «мороженое», В- множество букв в слове «ремонт», С- множество букв в слове «мор», а D- множество цифр в числе 2233232332. Укажите элементы следующих множеств :а) $A \cup B$; б) $A \cap B$; в) $A \setminus B$; г) $C \times D$; д) дополнение к подмножеству С до множества В.

2.С помощью диаграмм Эйлера- Венна проверьте справедливость равенства $C \setminus A \setminus B = (A \cup B \cup C) \setminus (A \cup B)$, если $A \cap B \cap C \neq \emptyset$

ВАРИАНТ 4

1. А- множество цифр в числе 129112298 , В- множество цифр в числе 45999485, С- множество цифр в числе 44545», а D- множество букв в слове «сон ». Укажите элементы следующих множеств :а) $A \cup B$; б) $A \cap B$; в) $A \setminus B$; г) $C \times D$; д) дополнение к подмножеству С до множества В.

2.С помощью диаграмм Эйлера- Венна проверьте справедливость равенства $A \cap (C \setminus B) = C \cap (A \setminus B)$, если $A \subset C$, $B \subset A$

ВАРИАНТ 5

1. А- множество букв в слове «агрегат», В- множество букв в слове «автомат», С- множество букв в слове « ватт», а D- множество цифр в числе «3344434». Укажите элементы следующих множеств : а) $A \cup B$; б) $A \cap B$; в) $A \setminus B$; г) $C \times D$; д) дополнение к подмножеству С до множества В.

2.С помощью диаграмм Эйлера- Венна проверьте справедливость равенства $B \setminus (B \cap A) = C \cap (B \setminus A)$, если $B \subset C$, $B \cap A \neq \emptyset$, $A \cap C \neq \emptyset$

ВАРИАНТ 6

1. А- множество цифр в числе 55791991 , В- множество цифр в числе 17722121, С- множество цифр в числе 22221, а D- множество букв в слове «век ». Укажите элементы следующих множеств :а) $A \cup B$; б) $A \cap B$; в) $A \setminus B$; г) $C \times D$; д) дополнение к подмножеству С до множества В.

2.С помощью диаграмм Эйлера- Венна проверьте справедливость равенства: $C \cap B = (A \cap B \cap C) \cup (B \cap C \setminus A)$, если $A \cap B \cap C \neq \emptyset$

ВАРИАНТ 7

1. А- множество букв в слове «лекция», В- множество букв в слове «стекло», С- множество букв в слове «лот», а D- множество цифр в числе 4455545. Укажите элементы следующих множеств : а) $A \cup B$; б) $A \cap B$; в) $A \setminus B$; г) $C \times D$; д) дополнение к подмножеству С до множества В.

2.С помощью диаграмм Эйлера- Венна проверьте справедливость равенства: $A \setminus (A \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$, если $B \cap C \neq \emptyset$, $B \subset A$, $C \subset A$

ВАРИАНТ 8

1. А- множество цифр в числе 242464466, В- множество цифр в числе 55664465, С- множество цифр в числе 45544, а D- множество букв в слове «кот ». Укажите элементы следующих множеств : а) $A \cup B$; б) $A \cap B$; в) $A \setminus B$

В; г) $C \times D$; д) дополнение к подмножеству C до множества B .

2. С помощью диаграмм Эйлера-Венна проверьте справедливость равенства:

$$(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C), \text{ если } A \cap B \neq \emptyset, C \subset (A \cap B)$$

ВАРИАНТ 9

1. А-множество букв в слове «библиотека», В- множество букв в слове «фонотека», С- множество букв в слове «нота», а D- множество цифр в числе 556556. Укажите элементы следующих множеств : а) $A \cup B$; б) $A \cap B$; в) $A \setminus B$; г) $C \times D$; д) дополнение к подмножеству C до множества B .

2. С помощью диаграмм Эйлера-Венна проверьте справедливость равенства:

$$(B \setminus A) \setminus C = B \setminus (A \cup C), \text{ если } A \cap B \neq \emptyset, B \cap C \neq \emptyset, A \cap C = \emptyset$$

ВАРИАНТ 10

1. А- множество цифр в числе 9986776, В- множество цифр в числе 23282988, С- множество цифр в числе 3222332, а D- множество букв в слове «кит ». Укажите элементы следующих множеств : а) $A \cup B$; б) $A \cap B$; в) $A \setminus B$; г) $C \times D$; д) дополнение к подмножеству C до множества B .

2. С помощью диаграмм Эйлера-Венна проверьте справедливость равенства:

$$A \cap (B \cap C) = B \setminus (A \setminus C), \text{ если } C \subset B, B \subset A$$

№ 2. Матрицы. Определители

В-1

1. Вычислить матрицу:

$$D = 4C - (AB), \text{ где } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 4 \\ 2 & 6 & 1 \\ -1 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 7 & 10 \\ 3 & 5 & 11 & 16 \\ 2 & -7 & 7 & 7 \end{vmatrix}$$

3. Найти ранг матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Найти обратную матрицу:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$5. \text{ Решить уравнение: } \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

() ()

В-2

1. Вычислить матрицу:

$$D = (3BC)^T - 2A, \text{ где } B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ -2 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & -1 \end{pmatrix}$$

$$-2 \begin{vmatrix} 0 & 3 & 6 & 5 & 6 \\ 5 & 9 & 7 & 8 \\ 6 & 12 & 13 & 9 \\ 4 & 6 & 6 & 5 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель:

3. Найти ранг матрицы:

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

4. Найти обратную матрицу:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Решить уравнение:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$$

В-3

1. Вычислить матрицу: $D = 2A^T B + 3C^2$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 5 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

3. Найти ранг матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 2 & 3 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

4. Найти обратную матрицу: $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

5. Решить уравнение: $X X \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}$

В-4

1. Вычислить матрицу: $D=(A+2E)^T \cdot BC^T$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -5 \\ 0 & 1 & 6 \\ 2 & 4 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} -2 & 5 & 4 & -7 \\ -5 & 2 & 3 & 6 \\ 3 & 7 & -1 & 0 \\ 6 & -6 & 2 & 4 \end{vmatrix}$

3. Найти ранг матрицы: $\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$
 $\begin{vmatrix} & & & \\ 8 & 5 & -3 & 4 \\ 3 & 3 & -2 & 2 \end{vmatrix}$
 $\begin{pmatrix} & & & \end{pmatrix}$

4. Найти обратную матрицу $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & 8 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

5. Решить уравнение: $X \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -4 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}$

В-5

1. Вычислить матрицу: $D=(BC)^T \cdot 6A^2$, где $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$

$\begin{vmatrix} 3 & 3 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

2. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

3. Найти ранг матрицы: $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

4. Найти обратную матрицу: $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

5. Решить уравнение: $X \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

В-6

1. Вычислить матрицу: $D = B^{C+(3A^2)^T}$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 & 3 \\ -2 & 2 & 2 & 2 \\ -2 & -2 & 3 & 2 \\ -2 & -2 & -2 & 4 \end{vmatrix}$

3. Найти ранг матрицы: $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \end{pmatrix}$

4. Найти обратную матрицу: $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

5. Решить уравнение: $X \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$

В-7

1. Вычислить матрицу: $D = AB^{C-(2E)^T}$, где $B = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & 7 \\ 1 & -4 & -3 & 2 \\ 4 & 1 & 1 & -2 \\ 5 & -2 & 3 & 8 \end{vmatrix}$

2. Вычислить определитель:

3. Найти ранг матрицы: $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 10 & -6 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Найти обратную матрицу: $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Решить уравнение: $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -5 & -5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$

В-8

1. Вычислить матрицу:

$$D = ABC - (2E)^T, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} -2 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ -2 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & 2 \end{vmatrix}$

3. Найти ранг матрицы: $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 10 & -6 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Найти обратную матрицу: $A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Решить уравнение: $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Вычислить матрицу: $D=(A+2E)^T \cdot BC^T$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} -2 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ -2 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

3. Найти ранг матрицы:

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 3 & -1 & 2 \\ 8 & 5 & -3 & 4 \\ 3 & 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Найти обратную матрицу: $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

5. Решить уравнение: $X \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

В-10

1. Вычислить матрицу:

$$D = (BC)^T - 6A^2, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} -2 & 1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

3. Найти ранг матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

4. Найти обратную матрицу:

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Решить уравнение:

$$\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

№ 3. СЛАУ

В-1

1. Решить методом обратной матрицы:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 11 \\ x_1 + 2x_3 = 15 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 14 \end{cases}$$

2. Решить с помощью формул Крамера:
$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

3. Решить методом Гаусса:
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 3 \end{cases}$$

4. Найти ФСР:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 5x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 0 \\ 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$$

В-2

1. Решить методом обратной матрицы:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 5 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 1 \end{cases}$$

2. Решить с помощью формул Крамера:
$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 = -6 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 5 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 13 \end{cases}$$

3. Решить методом Гаусса:
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 9 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 3 \end{cases}$$

4. Найти ФСР:
$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 - 2x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ 9x_1 + 8x_2 + 7x_3 + 7x_4 + 6x_5 = 0 \end{cases}$$

В-3

1. Решить методом обратной матрицы:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = -1 \\ 4x_1 - x_2 = 1 \end{cases}$$

2. Решить с помощью формул Крамера:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$$

3. Решить методом Гаусса:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ -2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -5 \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 10 \end{cases}$$

4. Найти ФСР:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

В- 4

1. Решить методом обратной матрицы:
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = -2 \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 6 \end{cases}$$

2. Решить с помощью формул Крамера:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 11 \\ x_1 + 2x_3 = 15 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 14 \end{cases}$$

3. Решить методом Гаусса:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_2 + 4x_3 = -6 \\ x_1 + x_3 = 1 \end{cases}$$

4. Найти ФСР:
$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 - 7x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

В-5

1. Решить методом обратной матрицы:
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 3 \end{cases}$$

2. Решить с помощью формул Крамера:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 5 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 1 \end{cases}$$

3. Решить методом Гаусса:
$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

4. Найти ФСР:
$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 5x_3 + x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline & x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0 \end{array}$$

В- 6

1. Решить методом обратной матрицы:
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 9 \\ x_1^1 - 4x_2^2 - 2x_3^3 = 3 \end{cases}$$

2. Решить с помощью формул Крамера:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = -1 \\ 4x_1 - x_2 = 1 \end{cases}$$

3. Решить методом Гаусса:
$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 = -6 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 5 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 13 \end{cases}$$

$l_1 \quad l_2 \quad l_3$

4. Найти ФСР:
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 4x_3 + 4x_4 - 4x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 - 3x_4 - x_5 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 - 3x_4 - 4x_5 = 0 \end{cases}$$

В-7 К-2

1. Решить методом обратной матрицы:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ -2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -5 \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 10 \end{cases}$$

2. Решить с помощью формул Крамера:
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = -2 \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 6 \end{cases}$$

3. Решить методом Гаусса:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$$

4. Найти ФСР:
$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}$$

В-8

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

1. Решить методом обратной матрицы:
$$\begin{cases} 3x_2 + 4x_3 = -6 \\ x_1 + x_3 = 1 \end{cases}$$

2. Решить с помощью формул Крамера:
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 3 \end{cases}$$

3. Решить методом Гаусса:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 11 \\ x_1 + 2x_3 = 15 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 14 \end{cases}$$

4. Найти ФСР:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_4 = 0 \end{cases}$$

В-9

1. Решить методом обратной матрицы:
$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

2. Решить с помощью формул Крамера:
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 9 \\ x_1^1 - 4x_2^2 - 2x_3^3 = 3 \end{cases}$$

3. Решить методом Гаусса:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 5 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 4 \end{cases}$$

$$| \quad 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 1$$

4. Найти ФСР:
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

В-10

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 = -6 \end{cases}$$

1. Решить методом обратной матрицы:
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 = 5 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 13 \end{cases}$$

2. Решить с помощью формул Крамера:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ -2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -5 \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 10 \end{cases}$$

3. Решить методом Гаусса:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = -1 \\ 4x_1 - x_2 = 1 \end{cases}$$

4. Найти ФСР:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

$$| \begin{matrix} x_1 - x_2 & - & x_4 \end{matrix} = 0$$

№ 4. Векторные пространства

В-1. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов a и b и произведение любого элемента a на любое число λ ?

Множество всех векторов трехмерного пространства, координаты которых – целые числа; сумма $a + b$, произведение $\lambda \cdot a$.

В-2. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов a и b и произведение любого элемента a на любое число λ ?

Множество всех векторов, лежащих на одной оси; сумма $a + b$, произведение $\lambda \cdot a$.

В-3. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов a и b и произведение любого элемента a на любое число λ ?

Множество всех векторов трехмерного пространства; сумма $a \cdot b$, произведение $\lambda \cdot a$.

В-4. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов a и b и произведение любого элемента a на любое число λ ?

Множество всех упорядоченных наборов из n чисел $a = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, $b = (y_1, y_2, \dots, y_n)$; сумма $(x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$, произведение $(\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n)$.

В-5. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов a и b и произведение любого элемента a на любое число λ ?

Множество всех упорядоченных наборов из n чисел $a = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, $b = (y_1, y_2, \dots, y_n)$; сумма $(x_1 y_1, x_2 y_2, \dots, x_n y_n)$, произведение $(\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n)$.

В-6. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов a и b и произведение любого элемента a на любое число λ ?

Множество всех диагональных матриц $a = (a_{ik})$, $b = (b_{ik})$, $i, k = 1, 2, \dots, n$; сумма $(a_{ik} + b_{ik})$, произведение

(λa_{ik}) .

В-7. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов a и b и произведение любого элемента a на любое число λ ?

Множество всех квадратных матриц $a = (a_{ik})$, $b = (b_{ik})$, $i, k = 1, 2, \dots, n$; сумма $(a_{ik} + b_{ik})$, произведение $(\lambda \cdot a_{ik})$.

В-8. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов a и b и произведение любого элемента a на любое число λ ?

Множество всех невырожденных матриц $a = (a_{ik})$, $b = (b_{ik})$, $i, k = 1, 2, \dots, n$; сумма $(a_{ik}) \cdot (b_{ik})$, произведение (λa_{ik}) .

В-9. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов a и b и произведение любого элемента a на любое число λ ?

Множество всех симметричных матриц $a = (a_{ik})$ ($a_{ik} = a_{ki}$), $b = (b_{ik})$ ($b_{ik} = b_{ki}$), $i, k = 1, 2, \dots, n$; сумма $(a_{ik} + b_{ik})$, произведение (λa_{ik}) .

В-10. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов a и b и произведение любого элемента a на любое число λ ?

Множество всех целых чисел; сумма $a + b$, произведение $\lambda \cdot a$.

№ 4. Линейные операторы. Квадратичные формы

В-1

I. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

II. Привести к каноническому виду квадратичные формы, заданные своими матрицами и выяснить, является ли квадратичная форма, знакоопределенной (используя I критерий):

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 4 \\ -2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

III. Выяснить, является ли квадратичная форма, заданная своей матрицей, знакоопределенной (используя критерий Сильвестра):

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

В-2

I. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

II. Привести к каноническому виду квадратичные формы, заданные своими матрицами и выяснить, является ли

квадратичная форма, знакоопределенной (используя I критерий): $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 3 & 1 & -2 \\ -2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$

III. Выяснить, является ли квадратичная форма, заданная своей матрицей, знакоопределенной (используя критерий Сильвестра): $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

В-3

I. Найти собственные значения и собственные векторы матриц: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

II. Привести к каноническому виду квадратичные формы, заданные своими матрицами и выяснить, является ли квадратичная форма, знакоопределенной (используя I критерий): $\begin{pmatrix} 5 & -4 & -2 \\ -4 & 5 & 2 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

III. Выяснить, является ли квадратичная форма, заданная своей матрицей, знакоопределенной (используя критерий Сильвестра): $\begin{pmatrix} -1 & -3 & 4 \\ 2 & 6 & 1 \\ -1 & 2 & 7 \end{pmatrix}$

В-4

I. Найти собственные значения и собственные векторы матриц: $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

II. Привести к каноническому виду квадратичные формы, заданные своими матрицами и выяснить, является ли квадратичная форма, знакоопределенной (используя I критерий): $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

III. Выяснить, является ли квадратичная форма, заданная своей матрицей, знакоопределенной (используя критерий Сильвестра): $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 5 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

В-5

I. Найти собственные значения и собственные векторы матриц: $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 5 & -3 \\ 4 & -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$

II. Привести к каноническому виду квадратичные формы, заданные своими матрицами и выяснить, является ли квадратичная форма, знакоопределенной (используя I критерий): $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

III. Выяснить, является ли квадратичная форма, заданная своей матрицей, знакоопределенной (используя критерий Сильвестра): $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ -2 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

В-6

I. Найти собственные значения и собственные векторы матриц: $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

II. Привести к каноническому виду квадратичные формы, заданные своими матрицами и выяснить, является ли $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

квадратичная форма, знакоопределенной (используя I критерий): $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

III. Выяснить, является ли квадратичная форма, заданная своей матрицей, знакоопределенной (используя критерий Сильвестра): $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ -2 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

В-7

I. Найти собственные значения и собственные векторы матриц: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

II. Привести к каноническому виду квадратичные формы, заданные своими матрицами и выяснить, является ли $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

III. Выяснить, является ли квадратичная форма, заданная своей матрицей, знакоопределенной (используя критерий Сильвестра): $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -5 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 6 \\ 2 & 4 & 4 \end{pmatrix}$

В-8

I. Найти собственные значения и собственные векторы матриц: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

II. Привести к каноническому виду квадратичные формы, заданные своими матрицами и выяснить, является ли квадратичная форма, знакоопределенной (используя I критерий): $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

III. Выяснить, является ли квадратичная форма, заданная своей матрицей, знакоопределенной (используя критерий Сильвестра): $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

В-9

I. Найти собственные значения и собственные векторы матриц: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

II. Привести к каноническому виду квадратичные формы, заданные своими матрицами и выяснить, является ли квадратичная форма, знакоопределенной (используя I критерий): $\begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 2 \\ -3 & 2 & -7 \end{pmatrix}$

III. Выяснить, является ли квадратичная форма, заданная своей матрицей, знакоопределенной (используя критерий Сильвестра): $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

В-10

I. Найти собственные значения и собственные векторы матриц: $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

II. Привести к каноническому виду квадратичные формы, заданные своими матрицами и выяснить, является ли квадратичная форма, знакоопределенной (используя I критерий): $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

III. Выяснить, является ли квадратичная форма, заданная своей матрицей, знакоопределенной (используя критерий Сильвестра): $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

№ 5. Комплексные числа

В-1

1. Даны комплексные числа $z = 2 + i$ и $z = 4 - 3i$. Найти а) $z + z$, б) $z - z$, в) $z \cdot z$, г) $z \cdot z$, д) $\underline{\quad} z_1$.

1 2

1 2 1 2 1 2 1 1 $\mathbf{z}_2$

2. Решить уравнение $(1+i)x + (-2+5i)y = -4+17i$

3. Найти $\left(\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^6$

В-2

1. Даны комплексные числа $z_1 = 2 - 4i$ и $z_2 = -1 - 3i$. Найти а) $z_1 + z_2$, б) $z_1 - z_2$, в) $z_1 \cdot z_2$, г) $z_1 \cdot \overline{z_2}$, д) $\frac{z_1}{z_2}$.

2. Решить уравнение $3(x - iy) - 27 + 17i = 4xi - 7y$

3. Найти $(\sqrt{3} - i)^6$

В-3

1. Даны комплексные числа $z_1 = 4 - 3i$ и $z_2 = 2 + 4i$. Найти а) $z_1 + z_2$, б) $z_1 - z_2$, в) $z_1 \cdot z_2$, г) $z_1 \cdot \overline{z_2}$, д) $\frac{z_1}{z_2}$.

2. Решить уравнение $6(y + xi) - 14 = 2x - 3yi$

3. Найти $\frac{1}{\sqrt{2}} (\cos 57^\circ + i \sin 57^\circ)^{10}$

В-4

1. Даны комплексные числа $z_1 = -2 + 5i$ и $z_2 = 6 - 4i$. Найти а) $z_1 + z_2$, б) $z_1 - z_2$, в) $z_1 \cdot z_2$, г) $z_1 \cdot \overline{z_2}$, д) $\frac{z_1}{z_2}$.

2. Решить уравнение $(6 - 2i)x - (3 + 4i)y = -18 - 4i$

3. Найти $(1 + i)^5$

В-5

1. Даны комплексные числа $z_1 = 6 - i$ и $z_2 = 4 + 5i$. Найти а) $z_1 + z_2$, б) $z_1 - z_2$, в) $z_1 \cdot z_2$, г) $z_1 \cdot \overline{z_2}$, д) $\frac{z_1}{z_2}$.

2. Решить уравнение $(5 + i)x + (4 - 3i)y = -6 - 5i$

3. Найти $(1 - i\sqrt{3})^9$

В-6

1. Даны комплексные числа $z_1 = 5 - 2i$ и $z_2 = 7 + i$. Найти а) $z_1 + z_2$, б) $z_1 - z_2$, в) $z_1 \cdot z_2$, г) $z_1 \cdot \overline{z_2}$, д) $\frac{z_1}{z_2}$.

2. Решить уравнение $2x(1 + i) + y(5 - 3i) = 4i(x + y) - (x - y) + 5i - 1$

3. Найти $(2 + i\sqrt{12})^6$

В-7

1. Даны комплексные числа $z_1 = 5 - 3i$ и $z_2 = 2 + i$. Найти а) $z_1 + z_2$, б) $z_1 - z_2$, в) $z_1 \cdot z_2$, г) $z_1 \cdot \overline{z_2}$, д) $\frac{z_1}{z_2}$.

1 2 1 2 1 2 1 1

2. Решить уравнение $10+3x+6xi-9i=-4y+3yi$

3. Найти $[\sqrt{2} (\cos (-50)+i \sin (-50))]^{12}$

В-8

1. Даны комплексные числа $z_1 = -4+5i$ и $z_2 = 1+2i$. Найти а) $z_1 + z_2$, б) $z_1 - z_2$, в) $z_1 \cdot z_2$, г) $z_1 : z_2$, д) $\frac{z_1}{z_2}$.

1 2 1 2 1 2 1 1 z_2

2. Решить уравнение $10+3x+6xi-9i=-4y+3yi$

3. Найти $(1+i\sqrt{3})^{20}$

В-9

1. Даны комплексные числа $z_1 = 2 - 5i$ и $z_2 = 1 - 3i$. Найти а) $z_1 + z_2$, б) $z_1 - z_2$, в) $z_1 \cdot z_2$, г) $z_1 \cdot \overline{z_2}$, д) $\frac{z_1}{z_2}$.

2. Решить уравнение $(3 + 2i)x + (5 - 2i)y = 11 + 2i$

3. Найти $[5(\cos 36^\circ + i \sin 36^\circ)]^5$

В-10

1. Даны комплексные числа $z_1 = 2 - 3i$ и $z_2 = -1 + 2i$. Найти а) $z_1 + z_2$, б) $z_1 - z_2$, в) $z_1 \cdot z_2$, г) $z_1 \cdot \overline{z_2}$, д) $\frac{z_1}{z_2}$.

2. Решить уравнение $(2 - 3i)x + (1 + 4i)y = 3 - 10i$

3. Найти $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}i\right)^{10}$

№6 Группы. Кольца. Поля

В-1

- Образует ли кольцо (поле) относительно числовых операций сложения и умножения множество рациональных чисел?
- Операция $*$ на множестве $M = \{a, b, c, d\}$ задана таблицей Кэли. Проверьте является ли эта операция коммутативной, существует ли единичный и обратный элементы?

	a	b	c	d
a	b	d	a	c
b	c	a	b	d
c	d	b	c	a
d	a	b	d	c

В-2

- Образует ли кольцо (поле) относительно числовых операций сложения и умножения множество чисел вида $a + b\sqrt{3}$, где a и b —любые рациональные числа.
- Доказать, что группа всех действительных чисел по сложению (аддитивная группа действительных чисел) изоморфна группе положительных действительных чисел относительно умножения. (Указание: рассмотреть соответствие $a \leftrightarrow \lg a$)

В-3

- Образует ли кольцо (поле) относительно числовых операций сложения и умножения множество чисел вида $a + b\sqrt[3]{3}$, где a и b —любые рациональные числа.
- Составить таблицу умножения для группы подстановок степени 3.

В-4

- Образует ли кольцо (поле) относительно операций сложения и умножения матриц множество M матриц вида $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$, где a, b —любые действительные числа.
- Образует ли группу множество элементов $M = \{a, b, c, d, e\}$ относительно операции умножения заданной таблицей:

x	a	b	c	d	e
---	---	---	---	---	---

a	b	c	d	e	a
b	c	d	e	a	b

c	d	e	a	b	c
d	e	a	b	c	d
e	a	b	c	d	e

В-5

1. Образуется ли кольцо (поле) относительно операций сложения и умножения матриц множество M матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$, где a, b — любые действительные числа.

2. Показать, что все группы, содержащие три элемента (группы третьего порядка), изоморфны между собой.

В-6

1. Образуется ли кольцо (поле) относительно числовых операций сложения и умножения множество чисел вида $x + y\sqrt{2}$, где $x, y \in \mathbb{Q}$;
2. Образуется ли группа относительно операции умножения чисел множество комплексных чисел $M = \{1, -1, i, -i\}$ (i — мнимая единица)? (Можно по таблице Кэли)

В-7

1. Образуется ли кольцо (поле) относительно числовых операций сложения и умножения множество чисел вида $x + y^3\sqrt{2}$, где $x, y \in \mathbb{Q}$;
2. Образуется ли группа множество элементов $M = \{a, b, c, d, e\}$ относительно операции умножения заданной таблицей:

x	a	b	c	d	e
a	b	d	e	c	a
b	e	b	a	d	b
c	d	c	d	a	c
d	b	a	c	e	d
e	a	c	b	d	e

№5 Многочлены

В-1

1. Разделить многочлен $2x^6 + 3x^5 - x^4 + 6x^3 + x^2 - 3x + 17$ на двучлен $x=1$ по схеме Горнера.

2. Разделить многочлен $x^6 - 2x^5 + 2x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 2x - 2$ на двучлен $x=-2$ методом «деления углом»

3. Найти НОД многочленов $x^6 - 42x^4 + 441x^2 - 400$ и $x^3 - x^2 - 9x + 9$.

4. Найти целые корни многочлена $x^6 - x^5 - 8x^4 + 2x^3 + 13x^2 - x - 6$

В-2

1. Разделить многочлен $3x^6 + 4x^5 - 2x^4 + 3x^3 + x^2 - 3x + 4$ на двучлен $x-1$ по схеме Горнера

2 Разделить многочлен $2x^6 - 3x^5 + 5x^4 - 5x^3 + 4x^2 - 2x - 6$ на двучлен $x = -2$ методом «деления углом»

3. Найти НОД многочленов $x^6 - 38x^4 + 361x^2 - 900$ и $x^3 - 2x^2 - x + 2$

4 Найти целые корни многочлена $x^6 + 3x^5 - 12x^4 - 6x^3 + 21x^2 + 3x - 10$ В-3

1. Разделить многочлен $2x^6 + x^5 - 5x^4 - x^3 + x^2 - 2x + 5$ на двучлен $x = 1$ по схеме Горнера.

2 Разделить многочлен $4x^6 - 3x^5 + 2x^4 - x^3 + 4x^2 - 2x - 3$ на двучлен $x = -2$ методом «деления углом»

3. Найти НОД многочленов $x^6 - 42x^4 + 441x^2 - 400$ и $x^3 + 5x^2 - 4x - 20$.

4. Найти целые корни многочлена $x^6 - 11x^4 + 19x^2 - 9$

В-4

1. Разделить многочлен $3x^6 - 2x^5 + 2x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 2x - 2$ на двучлен $x = 1$ по схеме Горнера

2 Разделить многочлен $7x^6 + 5x^5 + x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x - 10$ на двучлен $x = -2$ методом «деления углом»

3. Найти НОД многочленов $x^6 - 38x^4 + 361x^2 - 900$ и $x^3 - 3x^2 - 16x + 48$

4 Найти целые корни многочлена $x^6 - 17x^4 + 88x^2 - 144$ В-5

1. Разделить многочлен $x^6 - 2x^5 + 2x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 2x - 2$ на двучлен $x = 1$ по схеме Горнера

2 Разделить многочлен $2x^6 + 3x^5 - x^4 + 6x^3 + x^2 - 3x + 17$ на двучлен $x = 2$ методом «деления углом»

3. Найти НОД многочленов $x^6 - 42x^4 + 441x^2 - 400$ и $x^3 - 5x^2 - 9x + 45$

4. Найти целые корни многочлена $x^6 + 2x^5 - 23x^4 - 16x^3 + 136x^2 + 32x - 240$ В-6

1. Разделить многочлен $2x^6 - 3x^5 + 5x^4 - 5x^3 + 4x^2 - 2x - 6$ на двучлен $x = -1$ по схеме Горнера

2 Разделить многочлен $3x^6 + 4x^5 - 2x^4 + 3x^3 + x^2 - 3x + 4$ на двучлен $x = 2$ методом «деления углом»

3. Найти НОД многочленов $x^6 - 38x^4 + 361x^2 - 900$ и $x^3 - 5x^2 - x + 5$

4. Найти целые корни многочлена $x^6 + x^5 - 17x^4 - 5x^3 + 64x^2 + 4x - 48$ В-7

1. Разделить многочлен $4x^6 - 3x^5 + 2x^4 - x^3 + 4x^2 - 2x - 3$ на двучлен $x = 1$ по схеме Горнера

2 Разделить многочлен $2x^6 + x^5 - 5x^4 - x^3 + x^2 - 2x + 5$ на двучлен $x = 2$ методом «деления углом»

3. Найти НОД многочленов $x^6 - 42x^4 + 441x^2 - 400$ и $x^3 + 5x^2 - 4x - 20$

$$x^6 - 38x^4 + 361x^2 - 900$$

4. Найти целые корни многочлена

В-8

1. Разделить многочлен $7x^6 + 5x^5 + x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x - 10$ на двучлен $x = -1$ по схеме Горнера

2 Разделить многочлен $3x^6 - 2x^5 + 2x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 2x - 2$ на двучлен $x=2$ методом «деления углом»

3. Найти НОД многочленов $x^6 - 38x^4 + 361x^2 - 900$ и $x^3 + 5x^2 - 16x - 80$

4. Найти целые корни многочлена $x^6 - 42x^4 + 441x^2 - 400$

В-9

1. Разделить многочлен $2x^6 + 3x^5 - x^4 + 6x^3 + x^2 - 3x + 17$ на двучлен $x=2$ по схеме Горнера.

2 Разделить многочлен $x^6 - 2x^5 + 2x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 2x - 2$ на двучлен $x=-1$ методом «деления углом»

3. Найти НОД многочленов $x^6 - 42x^4 + 441x^2 - 400$ и $x^3 - x^2 - 9x + 9$.

4. Найти целые корни многочлена $x^6 - x^5 - 8x^4 + 2x^3 + 13x^2 - x - 6$

В-10

1. Разделить многочлен $3x^6 + 4x^5 - 2x^4 + 3x^3 + x^2 - 3x + 4$ на двучлен $x=2$ по схеме Горнера

2 Разделить многочлен $2x^6 - 3x^5 + 5x^4 - 5x^3 + 4x^2 - 2x - 6$ на двучлен $x=-1$ методом «деления углом»

3. Найти НОД многочленов $x^6 - 38x^4 + 361x^2 - 900$ и $x^3 - 2x^2 - x + 2$

4. Найти целые корни многочлена $x^6 + 3x^5 - 12x^4 - 6x^3 + 21x^2 + 3x - 10$

Критерии оценки:

- оценка «отлично» (5 баллов) выставляется, если студент владеет знаниями и представлениями по решению задачи; выбор способов решения задачи грамотный; рассуждения носят аргументированный характер; предложенные способы решения задачи имеют профессиональную направленность; студент проявляет творческий подход к решению поставленных задач, отсутствуют ошибки;

- оценка «хорошо» (4 баллов) выставляется, если студент владеет знаниями и представлениями по решению задачи; в выборе способов решения задачи допускает незначительные неточности, рассуждения аргументированы; решения носят осознанный характер;

- оценка «удовлетворительно» (3 балла) выставляется, если знания и представления студента по предложенной задаче носят разрозненный характер; в выборе способов решения задачи допущены ошибки; решения носят ограниченный, репродуктивный характер;

оценка «неудовлетворительно» (0 баллов) выставляется, если студент имеет существенные пробелы в знаниях и представлениях по предложенной задаче; при выборе способов решения задачи допущены ошибки; рассуждения бездоказательны.

Сведения об утверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата)	Внесенные изменения	Подпись зав. кафедрой